

オービフォルドに基づく 世代の起源の解明に向けて



信州大 川村嘉春[○]
理研 尾田欣也
信州大 木南哲平 追加
@首都大学東京
2007年3月27日

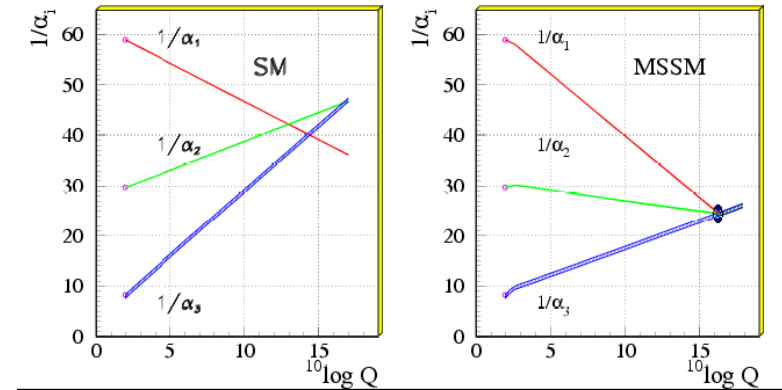
“Orbifold Family Unification”
hep-ph/0703195

内容

1. 導入（動機を含む）
2. 問題設定（道具の説明を含む）
3. 解析結果（とまとめに代えて）

1. 導入

ゲージ対称性に 基づく統一



PDGのHPより

力の**大統一**

ゲージ粒子の統一

$$SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

$$24 = (8,1)_0 + (3,1)_0 + (1,1)_0 + (3,2)_{-5} + (\bar{3},2)_5$$

SMのゲージ粒子

$$SO(10) \supset SU(5) \times U(1)$$

$$45 = 24 + 10 + \bar{10} + 1$$

物質の(部分的な)統一

$$SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

$$\begin{cases} \bar{5} = (\bar{3}, 1)_2 + (1, 2)_{-3} & \Rightarrow (d_R)^c + l_L \\ 10 = (3, 2)_1 + (\bar{3}, 1)_{-4} + (1, 1)_6 & \Rightarrow q_L + (u_R)^c + (e_R)^c \end{cases}$$

$$SO(10) \supset SU(5) \times U(1)$$

$$16 = \bar{5} + 10 + 1 \quad \text{1世代が1つの表現に収まる!}$$

世代については？

世代の起源の解明

動機：物質に関して、より統一的な理解がしたい（**のだが**）。

$$SO(10) \supset SU(5) \times U(1) \quad 16_1 (= \bar{5} + 10 + 1), 16_2, 16_3$$

$$SO(16) \supset SO(10) \times SU(4) \quad 128 = (16, 4) + (\bar{16}, \bar{4})$$

ミラー粒子の存在？

$$SU(8) \supset SU(5) \times SU(3) \times U(1)$$

$$[8, 3] (= {}_8C_3) = 56 = (10, 3) + (5, \bar{3}) + (\bar{10}, 1) + (1, 1)$$

量子異常の存在？

☆ 4次元の理論

大きなゲージ群の大きな表現たち
& Anomaly free

→ 余計な粒子が登場？

高次元に行けばよいのでは？

☆ 高次元時空(例 $M^4 \times S^1 / Z_2$)上の理論

大きなゲージ群の大きな表現(たち)

→ Orbifold breakingにより余計な
粒子を消去！足りないものはブレイ
ン場で供給！

2. 問題設定

Orbifold Breaking

ある大きな表現 \rightarrow 3世代の物質場

$$\text{Q1. } SU(N) \rightarrow SU(5) \times \cdots,$$

$$[N, k] = {}_N C_k \rightarrow 3 \times (\bar{5} + 10)?$$

$$\text{Q2. } SU(N) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times \cdots,$$

$$[N, k] = {}_N C_k \rightarrow 3 \times \left(\begin{array}{l} (\bar{3}, 1)_2 + (1, 2)_{-3} \\ + (3, 2)_1 + (\bar{3}, 1)_{-4} + (1, 1)_6 \end{array} \right)?$$

多重項の各成分が共通の Z_2 パリティを有しない場合、時空のコンパクト化に際して、対称性の破れが起こりうる。(Z₂ Orbifold Breaking)

Orbifold $SU(5)$ GUT \rightarrow The MSSM Orbifold Breaking

Y. K. *Prog. Theor. Phys.* 105
(2001), 999 (hep-ph/0012125)

Zero modesとして

$$A_M^\alpha(x, y) \Rightarrow G_\mu^a(x), W_\mu^i(x), B_\mu(x)$$

$$H^I(x, y) \Rightarrow H_W(x), \bar{H}_W(x) \quad \text{3重項} \cdot \text{2重項の分離}$$

...

& ブレイン場

Z_2 Orbifold Breaking

$$P_0 = \text{diag}(\overbrace{+1, \dots, +1}^p, \overbrace{+1, \dots, +1}^q, \overbrace{-1, \dots, -1}^r, \overbrace{-1, \dots, -1}^{s=N-p-q-r}),$$

$$P_1 = \text{diag}(\overbrace{+1, \dots, +1}^p, \overbrace{-1, \dots, -1}^q, \overbrace{+1, \dots, +1}^r, \overbrace{-1, \dots, -1}^{s=N-p-q-r})$$

$$SU(N) \rightarrow SU(p) \times SU(q) \times SU(r) \times SU(s) \times U(1)^n$$

($SU(1) \Rightarrow U(1)$, $SU(0) \Rightarrow \text{Nothing}$)

$$[N, k] =_N C_k = \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^{k-l_1} \sum_{l_3=0}^{k-l_1-l_2} \binom{p}{l_1} \binom{q}{l_2} \binom{r}{l_3} \binom{s}{k-l_1-l_2-l_3}$$

$\binom{p}{l_1}, \binom{q}{l_2}, \binom{r}{l_3}, \binom{s}{l_4}$ の Z_2 パリティは？

Z_2 パリティの指定

$$Z_2 : N = [N,1] \rightarrow \eta_{[N,1]} P_0 N, \quad N = [N,1] \rightarrow \eta'_{[N,1]} P_1 N$$

$$[N,k] = {}_N C_k = (N \times \cdots \times N)_a$$

$$= \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^{k-l_1} \sum_{l_3=0}^{k-l_1-l_2} ({}_p C_{l_1}, {}_q C_{l_2}, {}_r C_{l_3}, {}_s C_{k-l_1-l_2-l_3}) \text{ に対して}$$

$$(N \times \cdots \times N)_a \rightarrow \eta_{[N,k]} (P_0 N \times \cdots \times P_0 N)_a,$$

$$(N \times \cdots \times N)_a \rightarrow \eta'_{[N,k]} (P_1 N \times \cdots \times P_1 N)_a$$

$\eta_{[N,k]}, \eta'_{[N,k]}$: intrinsic Z_2 parity, +1 or -1

$$({}_p C_{l_1}, {}_q C_{l_2}, {}_r C_{l_3}, {}_s C_{l_4}) \text{ の } Z_2 \text{ パリティ} \quad l_4 \equiv k - l_1 - l_2 - l_3$$

$$\rho_0 = (-1)^{l_1+l_2} (-1)^k \eta_{[N,k]}, \quad \rho_1 = (-1)^{l_1+l_3} (-1)^k \eta'_{[N,k]}$$

$$P_0 = \text{diag}(\overbrace{+1, \dots, +1}^p, \overbrace{+1, \dots, +1}^q, \overbrace{-1, \dots, -1}^r, \overbrace{-1, \dots, -1}^{s=N-p-q-r}),$$

$$P_1 = \text{diag}(\overbrace{+1, \dots, +1}^p, \overbrace{-1, \dots, -1}^q, \overbrace{+1, \dots, +1}^r, \overbrace{-1, \dots, -1}^{s=N-p-q-r})$$

$$[N, k] = {}_N C_k = \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^{k-l_1} \sum_{l_3=0}^{k-l_1-l_2} ({}_p C_{l_1}, {}_q C_{l_2}, {}_r C_{l_3}, {}_s C_{l_4})$$

$$l_4 = k - l_1 - l_2 - l_3$$

$$[N, 1] = ({}_p C_1, 1, 1, 1) + (1, {}_q C_1, 1, 1) + (1, 1, {}_r C_1, 1) + (1, 1, 1, {}_s C_1)$$

$$Z_2 \text{ parity : } \quad (+\eta, +\eta') \quad (+\eta, -\eta') \quad (-\eta, +\eta') \quad (-\eta, -\eta')$$

$({}_p C_{l_1}, {}_q C_{l_2}, {}_r C_{l_3}, {}_s C_{l_4})$ の Z_2 パリティ

$$\rho_0 = (+1)^{l_1} (+1)^{l_2} (-1)^{l_3} (-1)^{l_4} \eta_{[N,k]} = (-1)^{l_1+l_2} (-1)^k \eta_{[N,k]},$$

$$\rho_1 = (+1)^{l_1} (-1)^{l_2} (+1)^{l_3} (-1)^{l_4} \eta'_{[N,k]} = (-1)^{l_1+l_3} (-1)^k \eta'_{[N,k]}$$

3. 解析結果(の一部)

Orbifold Breaking

ある大きな表現 \rightarrow 3世代の物質場

$$\text{Q1. } SU(N) \rightarrow SU(5) \times \dots,$$

$$[N, k] = {}_N C_k \rightarrow 3 \times (\bar{5} + 10)?$$

$$\text{Q2. } SU(N) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times \dots,$$

$$[N, k] = {}_N C_k \rightarrow 3 \times \left(\begin{array}{l} (\bar{3}, 1)_2 + (1, 2)_{-3} \\ + (3, 2)_1 + (\bar{3}, 1)_{-4} + (1, 1)_6 \end{array} \right)?$$

(例 1) $SU(9)$ (SUSY) GUT

$$\begin{cases} P_0 = \text{diag}(+1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1), \\ P_1 = \text{diag}(+1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, +1, -1) \end{cases}$$

$$SU(9) \rightarrow SU(5) \times SU(3) \times U(1)^2$$

$$\begin{aligned} [9,6] &= {}_9C_6 \\ &= \sum_{l=0}^6 \sum_{m=0}^{6-l} ({}_5C_l, {}_3C_m, {}_1C_{6-l-m}) \end{aligned}$$

| species | Representations | P_0 | P_1 |
|-------------------|---|-----------------|-------------------------|
| 1_L | $({}_5C_{0,3} {}_3C_{m,1} {}_1C_{6-m})$ | $\eta_{[9,6]}$ | $(-1)^m \eta'_{[9,6]}$ |
| 5_L | $({}_5C_{1,3} {}_3C_{m,1} {}_1C_{5-m})$ | $-\eta_{[9,6]}$ | $-(-1)^m \eta'_{[9,6]}$ |
| 10_L | $({}_5C_{2,3} {}_3C_{m,1} {}_1C_{4-m})$ | $\eta_{[9,6]}$ | $(-1)^m \eta'_{[9,6]}$ |
| $\overline{10}_L$ | $({}_5C_{3,3} {}_3C_{m,1} {}_1C_{3-m})$ | $-\eta_{[9,6]}$ | $-(-1)^m \eta'_{[9,6]}$ |
| $\overline{5}_L$ | $({}_5C_{4,3} {}_3C_{m,1} {}_1C_{2-m})$ | $\eta_{[9,6]}$ | $(-1)^m \eta'_{[9,6]}$ |

$(\eta_{[9,6]}, \eta'_{[9,6]}) = (+1, +1)$ のとき

$$\psi(x, y) \Rightarrow \begin{pmatrix} \chi_L(x, y) \\ \xi_R(x, y) \end{pmatrix}$$

$$(\eta_{[9,6]}, \eta'_{[9,6]}) = (-1, -1)$$

$$n_{\overline{5}_L} = \overline{5}_L^{(++)} \text{ の数} + 5_L^{(--) \text{ の数}} - \overline{5}_L^{(--) \text{ の数}} - 5_L^{(++)} \text{ の数}$$

$$= \sum_{m=\text{even}} {}_3C_m \cdot {}_1C_{2-m} + \sum_{m=\text{even}} {}_3C_m \cdot {}_1C_{5-m} = {}_3C_2 \cdot {}_1C_0 = 3$$

$$n_{10_L} = 10_L^{(++)} \text{ の数} + \overline{10}_L^{(--) \text{ の数}} - 10_L^{(--) \text{ の数}} - \overline{10}_L^{(++)} \text{ の数}$$

$$= \sum_{m=\text{even}} {}_3C_m \cdot {}_1C_{4-m} + \sum_{m=\text{even}} {}_3C_m \cdot {}_1C_{3-m} = {}_3C_2 \cdot {}_1C_1 = 3$$

(例 2) $SU(9)$ (SUSY) GUT

$$\begin{cases} P_0 = \text{diag}(+1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1), \\ P_1 = \text{diag}(+1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, +1, -1) \end{cases}$$

$$SU(9) \rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times SU(3) \times U(1) \times U(1)_Y \times U(1)$$

$$[9,6] = {}_9C_6 = \sum_{l_1=0}^6 \sum_{l_2=0}^{6-l_1} \sum_{l_3=0}^{6-l_1-l_2} ({}_3C_{l_1}, {}_2C_{l_2}, {}_3C_{l_3}, {}_1C_{6-l_1-l_2-l_3})$$

表 3: The flavor number of each chiral fermion from $[9, 6]$.

| Representation | $\eta_{[9,6]}$ | $\eta'_{[9,6]}$ | n_d | n_l | $n_{\bar{u}}$ | $n_{\bar{e}}$ | n_q | $n_{\bar{\nu}}$ |
|----------------|----------------|-----------------|-------|-------|---------------|---------------|-------|-----------------|
| $[9, 6]$ | +1 | +1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| | +1 | -1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 |

まとめに代えて

Gauge Unification

$$V^\alpha(x, y) \Rightarrow G_\mu^a(x), W_\mu^i(x), B_\mu(x), \tilde{G}^a(x), \tilde{W}^i(x), \tilde{B}(x)$$

Gauge-Higgs Unification

$$V^\alpha(x, y) \Rightarrow \begin{cases} G_\mu^a(x), W_\mu^i(x), B_\mu(x), \tilde{G}^a(x), \tilde{W}^i(x), \tilde{B}(x) \\ H_W(x), \bar{H}_W(x), \tilde{H}_W(x), \tilde{\bar{H}}_W(x) \end{cases}$$

Gauge-Matter(Family) Unification

$$V^\alpha(x, y) \Rightarrow \begin{cases} G_\mu^a(x), W_\mu^i(x), B_\mu(x), \tilde{G}^a(x), \tilde{W}^i(x), \tilde{B}(x) \\ q_L(x), \tilde{q}_L(x), \dots \end{cases}$$

Gauge Unification

Gauge-Higgs Unification

Gauge-Matter(Family) Unification

Gauge-Higgs-Matter Unification

$$V^\alpha(x, y) \Rightarrow \begin{cases} G_\mu^a(x), W_\mu^i(x), B_\mu(x), \tilde{G}^a(x), \tilde{W}^i(x), \tilde{B}(x) \\ H_W(x), \bar{H}_W(x), \tilde{H}_W(x), \tilde{\bar{H}}_W(x), \\ q_L(x), \tilde{q}_L(x), \dots \end{cases}$$

Family Unification ?

$$M(x, y) \Rightarrow q_L(x), q_L(x), \dots$$

今日の話(でした。)

宿題

「Orbifold Family Unificationと
余剰次元の証拠探し（ヒント：模
型に特有の物理量の間関係）」

→木南君のTalk

以上。

おまけ: 今年の年賀状に潜む事柄の一部

8月に蛹から成虫になったカブトムシが年賀状を出すころ天に召されました。

「Controlled not gate」

$|a\rangle|b\rangle \rightarrow |a\rangle|b'\rangle$ に対して、 $|a\rangle = |1\rangle$ のとき $|b\rangle$ の状態が反転する。

$$|0\rangle|0\rangle \rightarrow |0\rangle|0\rangle$$

$$|0\rangle|1\rangle \rightarrow |0\rangle|1\rangle$$

$$|1\rangle|0\rangle \rightarrow |1\rangle|1\rangle$$

$$|1\rangle|1\rangle \rightarrow |1\rangle|0\rangle$$



猪の体のデザインはCOBEのデータを参考にした。

子供の猪はオセロの配列を見て、Controlled not gateを連想し、Entanglementを頭に描いている。