平成 10 年度

信州大学大学院工学研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻 (第 1 次募集)

入試問題

外国語科目 (英語)

英　　語

次の英文を読み、後の設問に答えよ。

It has often been said that 99% of the matter in the universe is in the plasma state; that is, in the form of an electrified gas with the atoms dissociated into positive ions and negative electrons. This estimate may not be very accurate, but it is certainly a reasonable one in view of the fact that stellar interiors and atmospheres, gaseous nebulae, and much of the interstellar hydrogen are plasmas. In our own neighborhood, as soon as one leaves the earth's atmosphere, one encounters the plasma comprising the Van Allen radiation belts and the solar wind. On the other hand, in our everyday lives encounters with plasmas are limited to a few examples: the flash of a lightning bolt,the soft glow of the Aurora Borealis, the conducting gas inside a fluorescent tube or neon sign, and the slight amount of ionization in a rocket exhaust. It would seem that we live in the 1% of the universe in which plasmas do not occur naturally. The reason for this can be seen from the Saha equation, which tells us the amount of ionization to be expected in a gas in thermal equilibrium:

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{15} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{n_i} e^{\frac{-U_i}{KT}} \tag{1}$$

Here n_i and n_n are, respectively, the density (number per cm^3) of ionized atoms and of neutral atoms, T is the gas temperature in °K, K is Boltzmann's constant, and U_i is the ionization energy of the gas—that is, the number of ergs required to remove the outermost electron from an atom. For ordinary air at room temperature, we may take, $T \sim 300$°K, and $U_i = 14.5$ eV (for nitrogen), where 1 eV=1.6×10^{-12} erg. The fractional ionization predicted by Eq.(1) is ridiculously low:

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 10^{-122}$$

As the temperature is raised, the degree of ionization remains low until U_i is only a few times KT. Then n_i/n_n rises abruptly, and the gas is in a plasma state. Further increase in temperature makes n_n less than n_i , and the plasma eventually becomes fully ionized. This is the reason plasmas exist in astronomical bodies with temperatures of millions of degrees, but not on the earth. Life could not easily coexist with a plasma—at least, plasma of the type we are talking about. The natural occurrence of plasmas at high temperatures is the reason for the designation "the fourth state of matter ".

Although we do not intend to emphasize the Saha equation, we should point out its physical meaning. Atoms in a gas have a spread of thermal energies, and an atom is ionized when, by chance, it suffers a collision of high enough energy to knock out an electron. In a cold gas, such energetic collisions occur infrequently, since an atom must be accelerated to much higher than the average energy by a series of "favorable " collisions. The exponential factor in Eq.(1) expresses the fact that the number of fast atoms falls exponentially with U_i/KT. Once an atoms is ionized, it remains charged until it meets an electron; it then very likely recombines with the electron to become neutral again. The recombination rate clearly depends on the density of electrons, which we can take as equal to n_i. The equilibrium ion density, therefore, should decrease with n_i; and this is the reason for the factor n_i^{-1} on the right-hand side of Eq.(1). The plasma in the interstellar medium owes its existence to the low value of n_i (about 1 per cm^3), and hence the low recombination rate.

(参考) Van Allen radiation belts : 地球大気圏外にある放射線帯
solar wind : 太陽風　　Aurora Borealis : 北極光のこと
Saha equation : インドの天体物理学者 Saha によって導かれた式

問題１：我々の日常生活の中ではプラズマ状態を観ることがまれである理由は何か。自分の日本語で簡潔に説明し、またそれを英訳せよ。

問題２：(１) 式の物理的意味を自分の日本語で簡潔に説明し、またそれを英訳せよ。

平成 10 年度

信州大学大学院工学研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻 (第 1 次募集)

入試問題

専門科目 (物理学系)

次の 6 問中 4 問を選択して解答せよ。

1. 解答用紙は 1 問につき 1 枚使用し、無解答の場合でも必ず 4 枚提出すること。
2. 各解答用紙には、選択した問題番号、受験番号を必ず記入すること。
3. 必要ならば、解答用紙の両面を使用してもよい。

1

次の 2 問とも解答すること。

(1)　質点の運動径路上の各点での速度に等しいベクトルを、一つの原点から引くとき、それらのベクトルの先端が描く曲線をホドグラフという。ケプラー問題 (惑星運動) のホドグラフは円であることを証明せよ。

(2)　剛体の重心の周りの運動について、オイラーは重心を原点とし慣性主軸を座標軸とする直角座標を用いてエレガントな方程式を導いた。いま、これをニュートンの第二法則 $\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{F}$ から導いてみよ。

2

半径 R の球内に電荷が一様な密度 ρ で分布している。球の中心からの距離を r とすると、電荷密度は $\rho\,(\boldsymbol{r})=\rho\,,\quad (\,|\,\boldsymbol{r}\,|\leq R),\quad \rho\,(\boldsymbol{r})=0,\quad (|\,\boldsymbol{r}\,|>R)$ である。

1) ガウスの法則 (積分形) から $|\,\boldsymbol{r}\,|\leq R\quad |\,\boldsymbol{r}\,|>R$ それぞれの場合の電場 $\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{r})$ を求めよ。

2) 上で求めた $\boldsymbol{E}\,(\boldsymbol{r})$ がそれぞれ、微分形のガウスの法則を満たすことを証明せよ。

3) 球の静電エネルギーを求めよ。

3

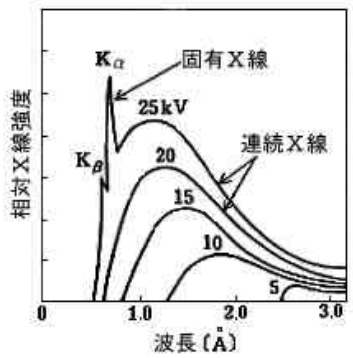
次の各問いに答えよ。必要なら次の定数を用いること。

陽子の質量　$m_p = 1.7 \times 10^{-27}\mathrm{kg}$,　電気素量　$e = 1.6 \times 10^{-19}\mathrm{C}$

真空中の光の速さ　$c = 3.0 \times 10^{8}\mathrm{m/s}$

太陽地球間距離 (1 AU) $=1.5 \times 10^{11}\mathrm{m}$

1. 図はモリブデン (Mo) のＸ線スペクトルを、いくつかの印加電圧に対して示したものである。



(1)　印加電圧が 20kV の場合の最短波長を図から読み取って、プランク定数の値を計算せよ。

(2)　連続Ｘ線の発生機構とその特徴について説明せよ。

2. 太陽表面で加速された粒子が 15 分後に地球付近に到達した。この粒子が大部分が陽子であると考えて、

(1)　非相対論的な取り扱いにより、粒子の運動エネルギーを求め、eV の単位で表せ。

(2)　相対性理論を用いると粒子の運動エネルギーは何 eV になるか。

4

Maxwell-Boltzmann 統計に従う同種粒子 N 個からなる理想気体が、絶対温度 T および体積 V で熱平衡にある。粒子 1 個のエネルギー ϵ と運動量の大きさ p の間には、$\epsilon = cp$ (c は定数) という比例関係が与えられているものとする。粒子の内部構造は考えないものとして、この理想気体の圧力、エントロピーおよび定積比熱を、T,V および N の関数として求めよ。その際、同種粒子の不可弁別性も適当に考慮に入れよ。

5

静止している電子 (質量 m、電荷 $-e$、スピン $\frac{1}{2}\hbar$) が、Z 軸正の向きの一様な外部磁場 $\boldsymbol{B}$=(0,0,B) の中にあるとき、電子のハミルトニアン $\hat{H}$ は次式で与えられる。

$\hat{H} = \omega \hat{S}_z = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z$、ただし、$\hat{S}_z$ は電子のスピン角運動量演算子$\hat{\boldsymbol{S}}$ の Z 成分であり、$\omega = \frac{eB}{mc}$、c は光速、σ_z はパウリのスピン行列の Z 成分である。

以下の問いに答えよ。

1) $\hat{H}$ の固有値 E_+ および E_- (ただし、$E_+ > E_-$ とする。) と、それらに属する規格化された固有状態 χ_+ および χ_- を求めよ。

2) 時刻 $t = 0$ での電子の状態を $\Psi(0) = a\chi_+ + b\chi_-$ とする。ただし、$|a|^2 + |b|^2 = 1$ と規格化しておく。状態 $\Psi(0)$ に関する電子のスピン角運動量演算子 $\hat{\boldsymbol{S}}$ の期待値 $\langle \boldsymbol{S} \rangle_0 = (\langle S_x \rangle_0, \langle S_y \rangle_0, \langle S_z \rangle_0)$ を求めよ。

3) 時刻 $t = 0$ で電子は状態 $\Psi(0)$ にあったとして、時刻 $t = t$ での電子の状態 $\Psi(t)$ を求めよ。また、状態 $\Psi(t)$ に関する $\hat{\boldsymbol{S}}$ の期待値 $\langle \boldsymbol{S} \rangle_t = (\langle S_x \rangle_t, \langle S_y \rangle_t, \langle S_z \rangle_t)$ を求め, 問 2) で求めた期待値 $\langle \boldsymbol{S} \rangle_0 = (\langle S_x \rangle_0, \langle S_y \rangle_0, \langle S_z \rangle_0)$ で表せ。

4) 角振動数ベクトルを $\boldsymbol{\omega}$=$(0, 0, \omega)$ とするとき、$\langle \boldsymbol{S} \rangle_t$ に働くトルクベクトル (力のモーメントベクトル) $\boldsymbol{\tau}$ (t) はどのように表されるか。

5) $\langle \boldsymbol{S} \rangle_t$ の大きさ、$\boldsymbol{\tau}$ (t) の大きさ、および $\boldsymbol{\omega}$ と $\langle \boldsymbol{S} \rangle_t$ とのなす角度は、時間によらず一定であることを示せ . これらのことと、問 4) の結果から、$\langle \boldsymbol{S} \rangle_t$ はどんな運動をするか。

6) 時刻 $t = \frac{\pi}{2\omega}$ のとき、$\langle S_x \rangle_t$ =-$\frac{1}{2}\hbar$ 、$\langle S_y \rangle_t$ =0 、$\langle S_z \rangle_t$ =0 であった。時刻 $t = 0$ での電子の状態 $\Psi(0)$ は、どんなスピン状態であったか。

6

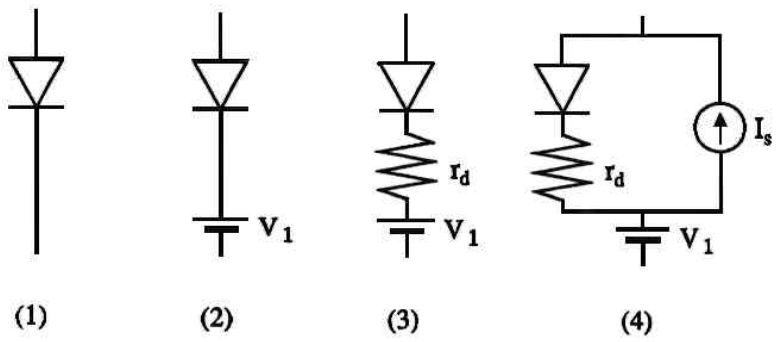
（１）

次のガイガーミュラー計数管に関する大まかな説明文の（１）から（１０）の括弧にあてはまる語を入れよ。

GM 計数管は (1) 増幅を利用した放射線検出器であり、一般的な構造は（１）を封入した金属円筒の中心軸に細い（２）等を張ったもので, 円筒、（２）はそれぞれ（３）、（４）となっている。
入射した放射線は (1) を (5) して (6) 対を生成するが、このとき (3)、(4) 間に十分な (7) があると中心電極（４）付近に（８）を形成する。この（８）は常に一定の大きさまで増幅されるため、GM 計数管からのパルスは全て同じ波高を示す。すなわち、GM 計数管は入射放射線の付与した（９）情報が失われてしまうため直接的な放射線（１０）測定には使用できない。

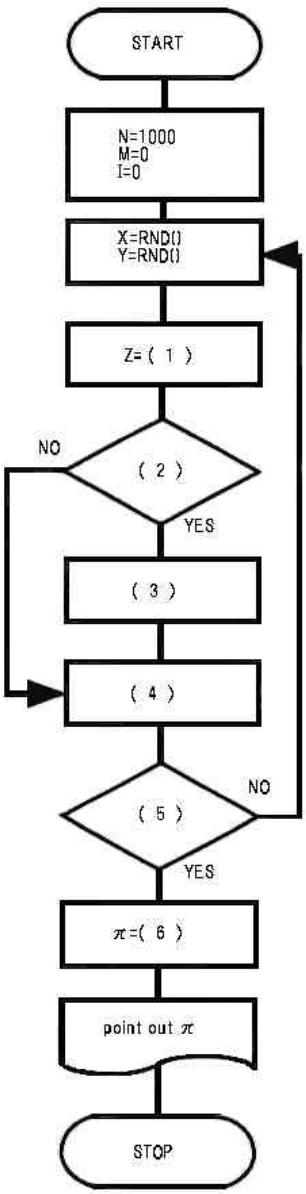
（２）

次の 1 から 4 の回路におけるダイオードの静特性を折れ線近似で表せ。



ただし、(1) は順方向抵抗 0、逆方向抵抗 ∞ の理想的な場合。
（２）は（１）にしきい値電圧 V1 を付加したもの。
（３）は（２）に順方向抵抗 rd があるもの。
（４）は順方向抵抗 rd があり、また逆方向電流 Is が無視できない場合。
なお、グラフは縦軸、横軸をそれぞれ電流、電圧とすること。

(3)

下はモンテカルロ法で円周率 π を計算するためのフローチャートである。

モンテカルロ法で π を求める原理を簡単に説明し、フローチャート中の (1) から (6) を記入してチャートを完成せよ。ただし、RND() は、− 1 から 1 の範囲の乱数 (実数) をかえす関数である。