平成11年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻

2次募集・入試問題

外国語科目(英語)

□物理学系,□化学系の問題から一問を選択して解答 せよ。

I物理学系の問題に解答する場合は,解答用紙は1枚、II化学系の問題に解答する場合は,解答用紙は2枚,それぞれに問題番号,受験番号を記入して提出すること。

I物理学系

Read following sentences and answer the questions below;

(I) Newton's law of universal gravitation states that every two particles of matter in the universe attract each other with a force that acts in the line joining them, the intensity of which varies as the product of their masses and inversely as the square of the distance between them. Put into symbols, the gravitational force F exerted between two particles with masses m_1 and m_2 separated by a distance d is given by Eq. (1) ,where G is called the constant of gravitation.

$$F = Gm_1m_2/d^2 \qquad (1)$$

A force varying with the inverse square power of the distance from the Sun had been already suggested notably by Robert Hooke. The credit for accounting for , and partially correcting, Kepler's laws and for setting gravitational astronomy on a proper mathematical basis is wholly Newton's. Newton's theory was first published in The Pricipia in 1686. According to Newton, it was formulated in principle in 1666 when the problem of elliptic motion in the universe-square force field was solved. But publication was delayed in part because of the difficulty of proceeding from the "particles" of the law to extended bodies such as the Earth. This difficulty was overcome when Newton established that, under his law, bodies having spherically symmetrical distribution of mass attract each other as if all their mass were concentrated at their respective centers.

(II) Newton verified that the gravitational force between the Earth and the Moon, necessary to maintain the Moon in its orbit, and the gravitational attraction on the surface of the Earth were related by an inverse square law of force. Let E be the mass of the Earth, assumed to be spherically symmetrical with radius R. Then the force exerted by the Earth on a small mass m near the Earth's surface is given by Eq. (2), and the acceleration of gravity on the Earth's surface,g, by Eq.(3).

$$F = GEm/R^2 \qquad (2)$$

$$g = GE/R^2 \qquad (3)$$

Equation (3) shows that the measurement of the acceleration due to gravity at the surface of the Earth is equivalent to finding the product G and the mass of the Earth. Determining

平成 11 年度 (2 次募集) 英語

the gravitational constant by a suitable experiment is therefore equivalent to "weighting the Earth". In Newtonian gravitation G is an absolute constant, independent of time, place, and the chemical composition of the masses involved. Partial confirmation of this was provided before Newton's time by the experiment attributed to Galileo when different weights released simultaneously from the top of the tower of Pisa reached the ground at the same time. Newton found further confirmation, experimenting with pendulums made out of different materials. Early in this century, R Eötvös found that different materials fall with the same acceleration to within 1 part in 10⁷. With the discovery of antimatter, there was speculation that matter and antimatter would exert a mutual gravitational repulsion. But experimental results indicated that they attract one another according to the same law as apply to matter of the same kind.

(III) A cosmology with changing physical "constants" was first proposed in 1937 by P.A.M. Dirac. Field theories applying this principle have since been proposed. In these theories G is diminishing; for instance R.H.Dicke suggest a change of about 2×10^{-11} per year. This would have profound effect on phenomena ranging from the evolution of the universe to the evolution of the Earth. For instance, starts evolve faster if G is greater, so that stellar evolutionary ages computed with constant G at its present value would be too great. The Earth, compressed by gravitation, would expand, having a profound effect on surface features. Planetary orbits would be gradually be increasing in size. About 3×10^9 years ago the Sun would have been hotter than it is now, and the Earth and its orbit would have been smaller, so that the temperature on the Earth's surface might have approached the boiling point of water; this would be important for the origin of life on the Earth. Astronomical observations of the planets over the past few hundred years are not accurate enough for the predicted change to be detected. In the equation of the motion of Newtonian mechanics, the mass of body appears as inertial mass as a factor of the acceleration, and as gravitational mass in the expression of the gravitational force. The equality of these masses is confirmed by the Eötvös experiment. It justifies the assumption that the motion of a particle in a gravitational field does not depend on its physical composition. In Newton's theory the equality can be said to be a coincidence, but not in Einstein's theory, where inertia and gravitation are unified. While mass in Newtonian mechanics is an intrinsic property of a body, its weight depends on certain forces acting on it. For example, the weight of a body on the Earth depends on the

平成 11 年度 (2 次募集) 英語

gravitational attraction of the Earth on the body and also on the centrifugal force due to the Earth's rotation. The body would have lower weight on the Moon, even though its mass would remain the same.

Question 1:Translate the section(I)into Japanese.

Question 2: Translate the section(II) into Japanese.

Question 3: Which title do you put on the section(III)? Explain the reason of it both in English and in Japanese.

Question 4:Describe what may happen, when the Newtonian constant is a little bit smaller than it is now, in Japanese and then translate them into English.

Question 5:What do you think about the equality of the mass and the weight? Express your idea in English and in Japanese.

平成11年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻

2次募集・入試問題

専門科目(物理学系)

次の6問中4問を選択して解答せよ。

解答用紙は1問につき1枚使用し,無解答の場合で も必ず4枚を提出すること。各解答用紙には,選択 した問題番号,受験番号を必ず記入すること。必要 ならば解答用紙の両面を使用して解答してもよい。 ー様な重力下で,一様な物質でできた曲がりやすく伸びないひもの両端を水平に離して固 定してひもをたるませた時の,ひもの形を表す式を求めよ。

ヒント:ひもの微小部分を考えつりあいの式をたてよ。

注:ヒントに従わなくてもよい。

1

2

問1 2点 (a,0,0) と(-a,0,0) に等量の点電荷 q が置かれているとき、原点の附近 $(|x| \ll a, |y| \ll a, |z| \ll a)$ の電場を、x, y, zの一次までの関数として求めよ。(電位につ いて,2次まで求めると都合が良い。)次に xy平面内で電気力線を描きなさい。又電位 はどんな方程式を満たすか。

問2 点電荷 q が等速度 v で運動しているとき、運動方向から θ、電荷から r だけ離れ た点 P の電場、磁界およびポインティングベクトルを求めよ。図示しなさい。

平成 11 年度 (2 次募集) 量子力学

3

ポテンシャル エネルギーV(x)が

$$V(x) = 0, ; 0 \le x \le a$$

 $=\infty, ; x < 0$ 及び a < x

で与えられる、幅aの無限に深い井戸の中に、質量Mの粒子が束縛されている。この とき、エネルギー固有値 E_n は

$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2Ma^2}, \ n = 1, 2, 3, \cdots$$
 (1)

 E_n に属する規格化された固有関数 $u_n(x)$ は

$$u_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}sin(\frac{n\pi x}{a}), n = 1, 2, 3, \cdots$$
 (2) で与えられる。

ただし、 $< u_m | u_n > \equiv \int_0^a u_m^*(x) u_n(x) dx = \delta_{mn}$ 、 $m, n = 1, 2, 3, \cdots$ (3)(正規直交性)である。

さて、井戸の中の粒子の状態は、波動関数

 $\Psi(x,t) = A[sin(\frac{\pi x}{a})e^{-\frac{i}{\hbar}E_1t} + sin(\frac{2\pi x}{a})e^{-\frac{i}{\hbar}E_2t}]$ で表されているとする。

以下の問に答えよ。

1) 波動関数 $\Psi(x,t)$ を規格化して、規格化因子 A を求めよ。

2)状態 $\Psi(x,t)$ につき、エネルギーの測定を行うとき、測定可能な結果は何か。又、個々の測定結果と結びついた確率を求めよ。

3) 問2)の結果を用いて、エネルギーの平均値(期待値)を求めよ。その値は最低のエ ネルギー固有値 E_1 の何倍になるか。

4)粒子の位置の期待値< $x(t) > \equiv \int_0^a \Psi^*(x,t) x \Psi(x,t) dx$ を求めよ。

ヒント: $\int_{0}^{a} u_{n}^{*}(x)xu_{n}(x)dx = \frac{a}{2}, \quad \int_{0}^{a} u_{1}^{*}(x)xu_{2}(x)dx = -\frac{16a}{9\pi^{2}}$ 。 5) 粒子の運動量の期待値 < $p(t) \ge \int_{o}^{a} \Psi^{*}(x,t)\hat{p}\Psi(x,t)dx$ を求めよ。ただし、 $\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$ である。

ヒント: $\int_{0}^{a} u_{n}^{*}(x)\hat{p}u_{n}(x)dx = 0$, $\int_{0}^{a} u_{1}^{*}(x)\hat{p}u_{2}(x)dx = i\frac{8\hbar}{3a}$ 。 6) 期待値 < $x(t) > \varepsilon$ 、期待値 < $p(t) > \varepsilon$ の間には、どんな関係があるか。 又、期待値 < $x(t) > \iota$ 、どんな運動方程式をみたすか。

平成 11 年度 (2 次募集) 統計力学

4

熱力学、統計力学に関する以下の問いに答えよ。

(A) 1 モルの理想気体のエントロピー S が次式で与えられることを示せ。

$$S = C_V \ln T + R \ln V + const,\tag{1}$$

$$S = C_p \ln T + R \ln p + const, \tag{2}$$

ここで、T, V, p, R はそれぞれ温度、体積、圧力、気体定数で、 C_V , C_p は定積モル比熱お よび定圧モル比熱である。

(B) ある容器に隔壁があって、一方に $m \mod$ の理想気体が入っており,他方に違った種類の理想気体が $(1 - m) \mod$ 入っていて、共に圧力p、温度Tを保っている。いま,隔壁に孔をあけて気体を混合すると、エントロピーはどれだけ増すか。この増加量 $\Delta S \ge m$ との関係を示す概図を描け。

(C) 振動数 *v* をもつ1つの振動子のエネルギー順位は

$$\epsilon = \frac{1}{2}h\nu, \ \frac{3}{2}h\nu, \ \frac{5}{2}h\nu, \cdots$$
(3)

で与えられる。全体で N 個の独立な振動子からなる系が、全エネルギーが M を整数として

$$E = \frac{N}{2}h\nu + Mh\nu \tag{4}$$

と表される場合、

(i) その熱力学的重率 W_M を求め、

(ii) この系の温度と *E* との関係を求めよ。

必要であれば、次の Stirling の公式を用いよ。

 $\log x! \sim x \log x - x$

5

次の (A) の文の の中に適当な数式を入れ, (B) の各問いに答えよ. ただし、電子の質量を m, プランク定数を h, 真空中の光の速さを c とする.

(A) コンプトン散乱について考えよう.振動数 ν の 線が静止した電子に衝突 し,入射方向と角度 ϕ をなす方向にこれを跳ね飛ばし,自分は θ の方向に散乱され て振動数が ν' になって出て行くとする.反跳された電子の全エネルギー(静止エ ネルギー mc^2 と獲得した運動エネルギーTの和)を E_e とし,衝突の前後の 線の 運動量を p, p',電子の衝突後の運動量を p_eとするとエネルギー保存則より



 $= E_e^2 - p_e^2 c^2 = m^2 c^4$

となる、次に, $\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' = pp' cos \theta$ 等の関係を用いて,さらにこの式の $\nu \nu' p, p'$ をそれぞれ, λ または λ' を用いて表して代入すると,

$$\lambda' - \lambda =$$

の関係が得られる.

(B) 電子 e^- と陽電子 e^+ がゆっくり接近し,対消滅して γ 線が放出される場合を 考えよう.それは次の反応式で表される.

 $e^{-} + e^{+} = n\gamma$ $(n = 2, 3, \cdots)$

このとき,運動量とエネルギーは保存される.

次の各問いに答えよ.

- (a) 上の反応式で, $n \ge 2$ となっている.その理由を述べよ.
- (b) n = 2の場合を考える.このとき放出される γ 線の波長およびエネルギーを求めよ.
- (c) 上の問い(b) で求めた波長は何と呼ばれるか.

6 は以下の2問中1問に解答せよ。

6の1

ユーイングの装置を使って銅のヤング率を測定した。以下の問いに答えよ。

(1) つぎの文はユーイングの装置によるヤング率測定の原理を説明したものである。 空欄を適当な数式で埋めよ。

ヤング率は、長さl、断面積Sの柱状の物体を両側から力Fで引っ張ったときの引張応力 F / Sと伸びの歪み $\Delta l / l$ の比で表される。ユーイングの装置では、次のような原理に 基づいてヤング率Eを測定する。

この装置では、試料棒 (厚さa、幅b)を支点A, B(支点間距離l)で支え中央Oに重さWのおもりを下げる。この時、試料棒は左右対称にたわみ、中層(試料棒を横から見た時の中央線にあたる)の上部は圧縮応力で縮み、下部は引張応力でのびる。いま、系の半分OBの中層を考える。Oからxの位置にある微小部分dxに対する微小降下deは、dxが曲率中心Reに対して張る角 $d\theta$ 、曲率半径rを用いて

 $de = (l/2 - x)d\theta = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} dx$

となる。また、点Bでは上向きにW / 2の力が作用するので、曲げモーメントLは

L = W(l/2 - x)/2

となる。

一方、中層からzの距離にある厚さ、幅、断面積の平行層の歪みはz / rとなり、この層 に加わる張力をFとすれば、ヤング率の定義から

$$E = [\mathbf{2}]$$

ここで、dS = bdzとすれば、張力は

$$dF = [\mathbf{3}]$$

と表すことができ、従って曲げモーメントは、

$$L = \int_{s} dF \cdot z = [\mathbf{4}]$$

となる。これらの式から、

$$de = [5]$$

となり、0から1/2の区間で積分して

を得る。よって、ヤング率は

平成11年度(2次募集)実験

$$E = [\, 7 \,]$$

となる。

(2) 銅のヤング率 $E \ge 100$ 回測定したところ、平均値は $13.02 \times 10^{10} N/m^2$ で、 σ^2 の不 偏推定値 s^2 は $0.81 \times 10^{10} N/m^2$ であった。Eの 95 % 信頼限界を求めよ。 必要なら、以下の表を用いてよい。 表 A1 正規分布関数

N	F(z)	14	F(z)	14	F(z)	N	F(z)	ы	F(z)
9 00	0 5000	0 50	0 0016	00 -					
20.0	07 000 40	20.0	25 C170.0		U.8413 25	R.	0.9332 13	Z.(H)	0.97725 53
19-	04 UPUC.	5	.6950 ₃₅	6.	.8438 ,,	S.	.9345	10.	97778
-07	.5080 40	22	.6985 24	-02	8461	5	0357	60	07831
.03	5120 40	53	7019	50	8485	5	0170	5	15 10010
8	.5160 30	Ż	.7054	2	8508	3.7	0,287	32	01037 50
20 0	100130		*6		52 0000-	Ş	21 70r/.	5	05 7561C
20.0	04 6610.0	5.00	0./088 35	G.1	0.8531 23	1.55	0.9394 12	2.02	0.97982 48
8 S	04 4070	Ŗ	./125 34	8	ez 9668.	8	.9406 12	ŝ	.98030 47
19	07 6170	<u>i</u>	EE /CI/.	5.0	.8577 22	S.	.9418 11	10.	74 77089.
8.8	07 6100	R	4E 041/-	\$	22 9938.	ŝ	.9429 12	8	-98124 45
S.	95 YCLC.	6C.	.7224 33	63.	.8621 22	-59	.9441 11	60.	.98169 44
0.10	0.5398	0.50	0 7257	1 10	0 8643	1 50	00/57	01 C	10000
EE.	5438 .0	19	7201		8665	21.9	11 2020	11 ···	0.70214 43
12	5478 20	62	FCEL	11	26426	5	11 0040	::	.70200
1	5517	23	1357		9700 22	3.0	01 4/42	11.	17 MC84.
PE	1555	24	7280	A.F.	12 00/0-	3	11 4044	;;	14 14026
	68 1000-	5	EE 2001.	÷.	07 67 10.	5	01 0495.	.I4	.98382 40
0.15	0.5596 40	0.65	0.7422 32	1.15	0.8749 21	1.65	0.9505 10	2.15	0.98422 30
.16	.5636 39	66	.7454 32	.16	.8770	99.	9515 10	.16	98461 25
.17	.5675 39	-67	.7486 31	TI.	.8790	-67	.9525	17	98500
.18	5714 39	.63	.7517 37	.18	.8810 20	68	9535	10	08537
61.	.5753 40	69.	.7549 31	et.	.8830	69.	9545	19	98574
02.6	0 5703	0.70	0 7590	1 20	01.00 0	00 1	0.0551		05
12	5837	11	15 0001.0	N7.1	0.0047 20	R/-1	01 9000	07-7	0.98610 35
įĉ	5071 39	16	16 110/-	38	0000 ⁻¹⁹	-	e 4000.	17:	.98645 34
12	0105 J	16	16 2401.	10	.8888 19	71.	e 5739.	12	.98679 34
<u>.</u>	50.40		16 6/0/-	2	.890/ 18	.13	.9582 9	5	.98713 32
Ş	96 044C-	+/.	.///4 30	47.	61 C248.	.74	8 1929.	4	.98745 33
0.25	0.5987 39	0.75	0.7734 30	1.25	0.8944	1.75	0.9599	2.25	0.98778
.26	.6026 38	.76	.7764 30	.26	8962 18	.76	. 9608	.26	98809
-27	.6064 39	E.	.7794	17	0868.	11.	9616	27	08840
130	.6103 38	.78	.7823 29	29	8997 s	.78	.9625	28	98870 30
.29	.6141 38	61.	.7852 29	.29	9015 17	61.	.9633 °	.29	98899
0.30	0.6179 38	0.80	0.7881 30	UET	2509.0	1 20	0 9641	500	0 08079
31	.6217 33	00	7910 25	15	0040	00-1	0640	2.5	0.70740 28
32	6255 20	16	7930	16	0066	<u>i</u> 9	1 2405	25	72 00000
.33	.6293	.83	7967	3	9087	6	9664	16	12 00000
¥.	.6331 37	20	.7995 28	Ņ	91 6606	3.35	1196	j S	99036 25
0.35	0.6368 25	0.35	0 8073	35 1	00115	23 1	9730 0	326	120000
8	.6406	38	8051 28	5	0131 16	20.1	0686 8	55.1 25	0000025
37	.6443 37	50	8078	10	9147	3 20	0603	36	00111
89	.6480 37	83.	.8106	00	9167	8	0000	2	00134
39	.6517 37	68.	.8133 26	96	9177	66	- 9026	36	99158
0.40	0.6554	0 00	0 8150	07 1		50 5	1 21200		00100
.41	1659.	16.	8186	F F	9207 15	Rip	0710 6	0 1 -7-	0.99180 22
.42	.6628 36	26.	8212 26	42	CZC6	3.6	4 9026	4	00774
. 4 .	.6664 36	.93	.8238 26	43	9236	6	6737	ę	00745
¥.	.6700 36	÷6.	.8264 25 .	4.	9251 14	Y	.9738 6	4	99266 21
0.45	0.6736 36	0.95	0.8289 76	1.45	0.9265	1.95	0.9744	2.45	0 09786
46	.6772 36	8.	.8315	46	. 6279	8	0150	4	00302 10
47	.6808 36	-6-	.8340	EF.	9292	15	.9756	4	61 COCCC:
8 .	.6844 35	98.	.8365 24	8 .	.9306 13	.98	.9761	8 .	99343
49	.6879 36	8.	.8389 24	64.	.9319 13	8	.9767 s	49	.99361
0.50	0.6915	1.00	0 8413	1 50	0 0337	00 0	CLL00	7 50	0100770
	21.020		CTLOYA	A	70000	B	71160	R	415440





平成11年度(2次募集)実験

6の2

金属間化合物 YMn₁₂の液体 He 温度から室温までの抵抗の温度変化を測りたい。

(1) 方法、注意する点を述べよ。

(2) 試料の温度を測定する方法はいろいろあるが、2種類を記し、簡単に説明を加えよ。

(3) 最近は、寒剤(液体 He)を直接使わなくても、冷凍機を用いて手軽に液体 He 温度まで 冷やすことができる。冷凍機の原理を簡単に述べよ。