平成11年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻

2次募集・入試問題

外国語科目(英語)

I物理学系，II化学系の問題から一問を選択して解答せよ。

I物理学系の問題に解答する場合は，解答用紙は1枚，II化学系の問題に解答する場合は，解答用紙は2枚，それぞれに問題番号，受験番号を記入して提出すること。

Ⅰ 物理学系

Read following sentences and answer the questions below;

(I) Newton's law of universal gravitation states that every two particles of matter in the universe attract each other with a force that acts in the line joining them, the intensity of which varies as the product of their masses and inversely as the square of the distance between them. Put into symbols, the gravitational force F exerted between two particles with masses m_1 and m_2 separated by a distance d is given by Eq. (1) ,where G is called the constant of gravitation.

$F = Gm_1m_2/d^2$ (1)

A force varying with the inverse square power of the distance from the Sun had been already suggested notably by Robert Hooke. The credit for accounting for , and partially correcting, Kepler's laws and for setting gravitational astronomy on a proper mathematical basis is wholly Newton's. Newton's theory was first published in The Pricipia in 1686. According to Newton, it was formulated in principle in 1666 when the problem of elliptic motion in the universe-square force field was solved. But publication was delayed in part because of the difficulty of proceeding from the "particles" of the law to extended bodies such as the Earth. This difficulty was overcome when Newton established that, under his law, bodies having spherically symmetrical distribution of mass attract each other as if all their mass were concentrated at their respective centers.

(II) Newton verified that the gravitational force between the Earth and the Moon, necessary to maintain the Moon in its orbit, and the gravitational attraction on the surface of the Earth were related by an inverse square law of force. Let E be the mass of the Earth, assumed to be spherically symmetrical with radius R. Then the force exerted by the Earth on a small mass m near the Earth's surface is given by Eq. (2), and the acceleration of gravity on the Earth's surface,g, by Eq.(3).

$F = GEm/R^2$ (2)

$g = GE/R^2$ (3)

Equation (3) shows that the measurement of the acceleration due to gravity at the surface of the Earth is equivalent to finding the product G and the mass of the Earth. Determining

the gravitational constant by a suitable experiment is therefore equivalent to "weighting the Earth". In Newtonian gravitation G is an absolute constant, independent of time, place, and the chemical composition of the masses involved. Partial confirmation of this was provided before Newton's time by the experiment attributed to Galileo when different weights released simultaneously from the top of the tower of Pisa reached the ground at the same time. Newton found further confirmation, experimenting with pendulums made out of different materials. Early in this century, R Eötvös found that different materials fall with the same acceleration to within 1 part in 10^7. With the discovery of antimatter, there was speculation that matter and antimatter would exert a mutual gravitational repulsion. But experimental results indicated that they attract one another according to the same law as apply to matter of the same kind.

(III) A cosmology with changing physical "constants" was first proposed in 1937 by P.A.M. Dirac. Field theories applying this principle have since been proposed. In these theories G is diminishing; for instance R.H.Dicke suggest a change of about 2×10^{-11} per year. This would have profound effect on phenomena ranging from the evolution of the universe to the evolution of the Earth. For instance, starts evolve faster if G is greater, so that stellar evolutionary ages computed with constant G at its present value would be too great. The Earth, compressed by gravitation, would expand, having a profound effect on surface features. Planetary orbits would be gradually be increasing in size. About 3×10^9 years ago the Sun would have been hotter than it is now, and the Earth and its orbit would have been smaller, so that the temperature on the Earth's surface might have approached the boiling point of water; this would be important for the origin of life on the Earth. Astronomical observations of the planets over the past few hundred years are not accurate enough for the predicted change to be detected. In the equation of the motion of Newtonian mechanics, the mass of body appears as inertial mass as a factor of the acceleration, and as gravitational mass in the expression of the gravitational force. The equality of these masses is confirmed by the Eötvös experiment. It justifies the assumption that the motion of a particle in a gravitational field does not depend on its physical composition. In Newton's theory the equality can be said to be a coincidence, but not in Einstein's theory, where inertia and gravitation are unified. While mass in Newtonian mechanics is an intrinsic property of a body, its weight depends on certain forces acting on it. For example, the weight of a body on the Earth depends on the

gravitational attraction of the Earth on the body and also on the centrifugal force due to the Earth's rotation. The body would have lower weight on the Moon, even though its mass would remain the same.

Question 1:Translate the section(I)into Japanese.

Question 2:Translate the section(II)into Japanese.

Question 3:Which title do you put on the section(III)?Explain the reason of it both in English and in Japanese.

Question 4:Describe what may happen, when the Newtonian constant is a little bit smaller than it is now, in Japanese and then translate them into English.

Question 5:What do you think about the equality of the mass and the weight? Express your idea in English and in Japanese.

平成11年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程

物質基礎科学専攻

2次募集・入試問題

専門科目(物理学系)

次の6問中4問を選択して解答せよ。

解答用紙は1問につき1枚使用し，無解答の場合でも必ず4枚を提出すること。各解答用紙には，選択した問題番号，受験番号を必ず記入すること。必要ならば解答用紙の両面を使用して解答してもよい。

1

一様な重力下で，一様な物質でできた曲がりやすく伸びないひもの両端を水平に離して固定してひもをたるませた時の，ひもの形を表す式を求めよ。

ヒント：ひもの微小部分を考えつりあいの式をたてよ。

注：ヒントに従わなくてもよい。

2

問 1　2 点 $(a,0,0)$ と $(-a,0,0)$ に等量の点電荷 q が置かれているとき、原点の附近 $(|x| \ll a, |y| \ll a, |z| \ll a)$ の電場を、x, y, z の一次までの関数として求めよ。(電位について，2 次まで求めると都合が良い。) 次に xy 平面内で電気力線を描きなさい。又、電位はどんな方程式を満たすか。

問 2　点電荷 q が等速度 v で運動しているとき、運動方向から θ、電荷から r だけ離れた点 P の電場、磁界およびポインティングベクトルを求めよ。図示しなさい。

3

ポテンシャル エネルギー $V(x)$ が

$V(x) = 0, ; 0 \leq x \leq a$

$= \infty, ; x < 0$ 及び $a < x$

で与えられる、幅 a の無限に深い井戸の中に、質量 M の粒子が束縛されている。このとき、エネルギー固有値 E_n は

$E_n = \dfrac{n^2\hbar^2\pi^2}{2Ma^2}$、$n = 1, 2, 3, \cdots$ (1)

E_n に属する規格化された固有関数 $u_n(x)$ は

$u_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{a}} sin(\dfrac{n\pi x}{a})$、$n = 1, 2, 3, \cdots$ (2)　　で与えられる。

ただし、$< u_m | u_n > \equiv \int_0^a u_m^*(x) u_n(x) dx = \delta_{mn}$、$m, n = 1, 2, 3, \cdots$ (3) (正規直交性) である。

さて、井戸の中の粒子の状態は、波動関数

$\Psi(x, t) = A[sin(\frac{\pi x}{a}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_1 t} + sin(\frac{2\pi x}{a}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_2 t}]$　で表されているとする。

以下の問に答えよ。

1) 波動関数 $\Psi(x, t)$ を規格化して、規格化因子 A を求めよ。

2) 状態 $\Psi(x, t)$ につき、エネルギーの測定を行うとき、測定可能な結果は何か。又、個々の測定結果と結びついた確率を求めよ。

3) 問 2) の結果を用いて、エネルギーの平均値 (期待値) を求めよ。その値は最低のエネルギー固有値 E_1 の何倍になるか。

4) 粒子の位置の期待値 $< x(t) > \equiv \int_0^a \Psi^*(x, t) x \Psi(x, t) dx$　を求めよ。

ヒント：$\int_0^a u_n^*(x) x u_n(x) dx = \dfrac{a}{2}$, $\int_0^a u_1^*(x) x u_2(x) dx = -\dfrac{16a}{9\pi^2}$。

5) 粒子の運動量の期待値 $< p(t) > \equiv \int_o^a \Psi^*(x, t) \hat{p} \Psi(x, t) dx$　を求めよ。ただし、$\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$ である。

ヒント：$\int_0^a u_n^*(x) \hat{p} u_n(x) dx = 0$, $\int_0^a u_1^*(x) \hat{p} u_2(x) dx = i\dfrac{8\hbar}{3a}$。

6) 期待値 $< x(t) >$ と、期待値 $< p(t) >$ との間には、どんな関係があるか。

又、期待値 $< x(t) >$ は、どんな運動方程式をみたすか。

4

熱力学、統計力学に関する以下の問いに答えよ。

(A) 1 モルの理想気体のエントロピー S が次式で与えられることを示せ。

$$S = C_V \ln T + R \ln V + const, \tag{1}$$

$$S = C_p \ln T + R \ln p + const, \tag{2}$$

ここで、T, V, p, R はそれぞれ温度、体積、圧力、気体定数で、C_V ,C_p は定積モル比熱および定圧モル比熱である。

(B) ある容器に隔壁があって、一方に m mol の理想気体が入っており，他方に違った種類の理想気体が $(1-m)$ mol 入っていて、共に圧力 p、温度 T を保っている。いま，隔壁に孔をあけて気体を混合すると、エントロピーはどれだけ増すか。この増加量 ΔS と m との関係を示す概図を描け。

(C) 振動数 ν をもつ 1 つの振動子のエネルギー順位は

$$\epsilon = \frac{1}{2}h\nu,\ \frac{3}{2}h\nu,\ \frac{5}{2}h\nu, \cdots \tag{3}$$

で与えられる。全体で N 個の独立な振動子からなる系が、全エネルギーが M を整数として

$$E = \frac{N}{2}h\nu + Mh\nu \tag{4}$$

と表される場合、

(i) その熱力学的重率 W_M を求め、

(ii) この系の温度と E との関係を求めよ。

必要であれば、次の *Stirling* の公式を用いよ。

$x \gg 1$ の場合

$$\log x! \sim x \log x - x$$

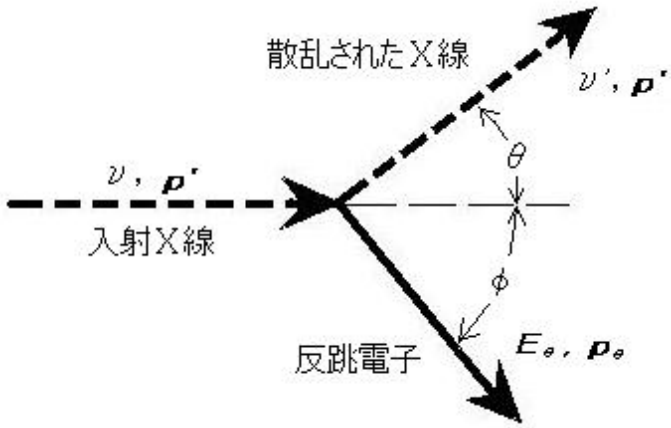
5

次の (A) の文の［　　］の中に適当な数式を入れ，(B) の各問いに答えよ．
ただし、電子の質量を m，プランク定数を h，真空中の光の速さを c とする．

(A) コンプトン散乱について考えよう．振動数 ν の □ 線が静止した電子に衝突し，入射方向と角度 ϕ をなす方向にこれを跳ね飛ばし，自分は θ の方向に散乱されて振動数が ν' になって出て行くとする. 反跳された電子の全エネルギー (静止エネルギー mc^2 と獲得した運動エネルギー T の和) を E_e とし，衝突の前後の □ 線の運動量を p, p', 電子の衝突後の運動量を p_e とするとエネルギー保存則より

［　□　］$= h\nu' + E_e \quad \cdots \quad (1)$

運動量保存則より



［　□　］$= \mathrm{p}_e \quad \cdots \quad (2)$

となる．(1) 式の右辺第 1 項を左辺に移項したあと 2 乗したものから, (2) 式に c をかけて 2 乗したものを引くと，

［　□　］$= E_e^2 - p_e^2c^2 = m^2c^4$

となる. 次に，$\mathrm{p} \cdot \mathrm{p}' = pp'cos\theta$ 等の関係を用いて，さらにこの式の ν ν' ,p ,p' をそれぞれ，λまたはλ' を用いて表して代入すると，

$\lambda' - \lambda =$［　□　］

の関係が得られる．

(B) 電子 e^- と陽電子 e^+ がゆっくり接近し，対消滅して γ 線が放出される場合を考えよう．それは次の反応式で表される．

$$e^- + e^+ = n\gamma \qquad (n = 2, 3, \cdots)$$

このとき，運動量とエネルギーは保存される．

次の各問いに答えよ．

(a) 上の反応式で，$n \geq 2$ となっている．その理由を述べよ．

(b) $n = 2$ の場合を考える．このとき放出される γ 線の波長およびエネルギーを求めよ．

(c) 上の問い (b) で求めた波長は何と呼ばれるか．

6 は以下の 2 問中 1 問に解答せよ。

6 の 1

ユーイングの装置を使って銅のヤング率を測定した。以下の問いに答えよ。

(1)　つぎの文はユーイングの装置によるヤング率測定の原理を説明したものである。空欄を適当な数式で埋めよ。

ヤング率は、長さ l、断面積 S の柱状の物体を両側から力 F で引っ張ったときの引張応力 F / S と伸びの歪み Δl / l の比で表される。ユーイングの装置では、次のような原理に基づいてヤング率 E を測定する。

この装置では、試料棒 (厚さ a、幅 b) を支点 A, B(支点間距離 l) で支え中央 O に重さ W のおもりを下げる。この時、試料棒は左右対称にたわみ、中層 (試料棒を横から見た時の中央線にあたる) の上部は圧縮応力で縮み、下部は引張応力でのびる。いま、系の半分 OB の中層を考える。O から x の位置にある微小部分 dx に対する微小降下 de は、dx が曲率中心 Rc に対して張る角 $d\theta$、曲率半径 r を用いて

$$de = (l/2 - x)d\theta = [\,1\,]dx$$

となる。また、点 B では上向きに W / 2 の力が作用するので、曲げモーメント L は

$$L = W(l/2 - x)/2$$

となる。

一方、中層から z の距離にある厚さ、幅、断面積の平行層の歪みは z / r となり、この層に加わる張力を F とすれば、ヤング率の定義から

$$E = [\,2\,]$$

ここで、$dS = bdz$ とすれば、張力は

$$dF = [\,3\,]$$

と表すことができ、従って曲げモーメントは、

$$L = \int_s dF \cdot z = [\,4\,]$$

となる。これらの式から、

$$de = [\,5\,]$$

となり、0 から l / 2 の区間で積分して

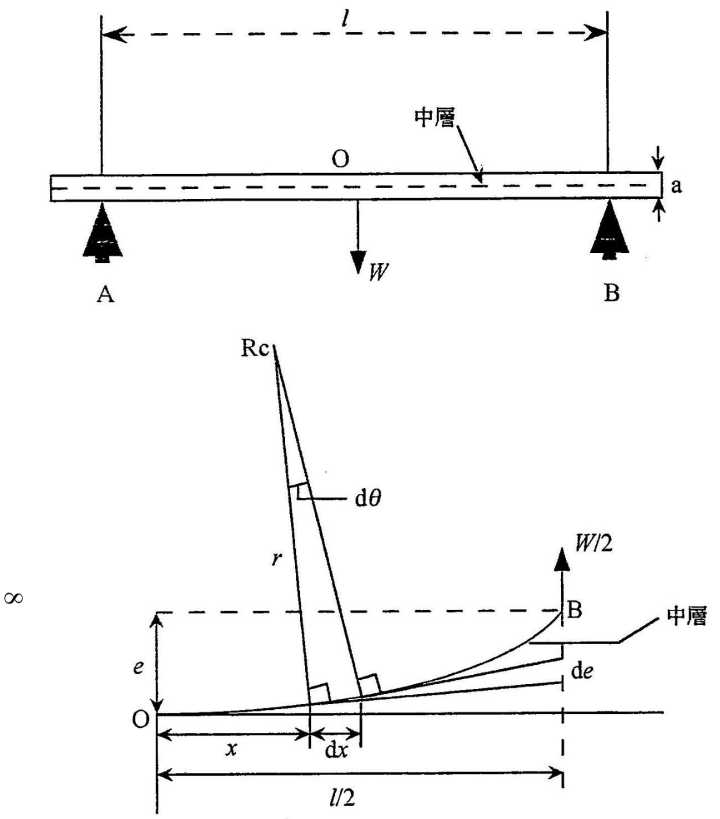
$$e = [\,6\,]$$

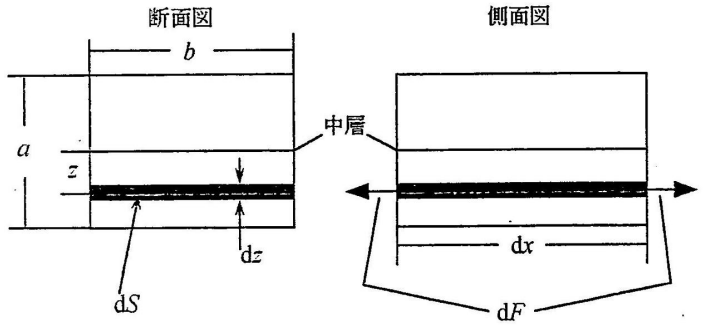
を得る。よって、ヤング率は

$E =$ [7]

となる。

(2) 銅のヤング率 E を 100 回測定したところ、平均値は $13.02 \times 10^{10} N/m^2$ で、σ^2 の不偏推定値 s^2 は $0.81 \times 10^{10} N/m^2$ であった。E の 95 % 信頼限界を求めよ。
必要なら、以下の表を用いてよい。





微少部分の模式図

表 A1　正規分布関数

z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)	z	F(z)
0.00	0.5000 40	0.50	0.6915 35	1.00	0.8413 25	1.50	0.9332 13	2.00	0.97725 53
.01	.5040 40	.51	.6950 35	.01	.8438 23	.51	.9345 12	.01	.97778 53
.02	.5080 40	.52	.6985 34	.02	.8461 24	.52	.9357 13	.02	.97831 51
.03	.5120 40	.53	.7019 35	.03	.8485 23	.53	.9370 12	.03	.97882 50
.04	.5160 39	.54	.7054 34	.04	.8508 23	.54	.9382 12	.04	.97932 50
0.05	0.5199 40	0.55	0.7088 35	1.05	0.8531 23	1.55	0.9394 12	2.05	0.97982 48
.06	.5239 40	.56	.7123 34	.06	.8554 23	.56	.9406 12	.05	.98030 47
.07	.5279 40	.57	.7157 33	.07	.8577 22	.57	.9418 11	.07	.98077 47
.08	.5319 40	.58	.7190 34	.08	.8599 22	.58	.9429 12	.08	.98124 45
.09	.5359 39	.59	.7224 33	.09	.8621 22	.59	.9441 11	.09	.98169 45
0.10	0.5398 40	0.60	0.7257 34	1.10	0.8643 22	1.60	0.9452 11	2.10	0.98214 43
.11	.5438 40	.61	.7291 33	.11	.8665 21	.61	.9463 11	.11	.98257 43
.12	.5478 39	.62	.7324 33	.12	.8686 22	.62	.9474 10	.12	.98300 41
.13	.5517 40	.63	.7357 32	.13	.8708 21	.63	.9484 11	.13	.98341 41
.14	.5557 39	.64	.7389 33	.14	.8729 20	.64	.9495 10	.14	.98382 40
0.15	0.5596 40	0.65	0.7422 32	1.15	0.8749 21	1.65	0.9505 10	2.15	0.98422 39
.16	.5636 39	.66	.7454 32	.16	.8770 20	.66	.9515 10	.16	.98461 39
.17	.5675 39	.67	.7486 31	.17	.8790 20	.67	.9525 10	.17	.98500 37
.18	.5714 39	.68	.7517 32	.18	.8810 20	.68	.9535 10	.18	.98537 37
.19	.5753 40	.69	.7549 31	.19	.8830 19	.69	.9545 9	.19	.98574 36
0.20	0.5793 39	0.70	0.7580 31	1.20	0.8849 20	1.70	0.9554 10	2.20	0.98610 35
.21	.5832 39	.71	.7611 31	.21	.8869 19	.71	.9564 9	.21	.98645 34
.22	.5871 39	.72	.7642 31	.22	.8888 19	.72	.9573 9	.22	.98679 34
.23	.5910 38	.73	.7673 31	.23	.8907 18	.73	.9582 9	.23	.98713 32
.24	.5948 39	.74	.7704 30	.24	.8925 19	.74	.9591 8	.24	.98745 33
0.25	0.5987 39	0.75	0.7734 30	1.25	0.8944 18	1.75	0.9599 9	2.25	0.98778 31
.26	.6026 38	.76	.7764 30	.26	.8962 18	.76	.9608 8	.26	.98809 31
.27	.6064 39	.77	.7794 29	.27	.8980 17	.77	.9616 9	.27	.98840 30
.28	.6103 38	.78	.7823 29	.28	.8997 18	.78	.9625 8	.28	.98870 29
.29	.6141 38	.79	.7852 29	.29	.9015 17	.79	.9633 8	.29	.98899 29
0.30	0.6179 38	0.80	0.7881 29	1.30	0.9032 17	1.80	0.9641 8	2.30	0.98928 28
.31	.6217 38	.81	.7910 29	.31	.9049 17	.81	.9649 7	.31	.98956 27
.32	.6255 38	.82	.7939 28	.32	.9066 16	.82	.9656 8	.32	.98983 27
.33	.6293 38	.83	.7967 28	.33	.9082 17	.83	.9664 7	.33	.99010 26
.34	.6331 37	.84	.7995 28	.34	.9099 16	.84	.9671 7	.34	.99036 25
0.35	0.6368 38	0.85	0.8023 28	1.35	0.9115 16	1.85	0.9678 8	2.35	0.99061 25
.36	.6406 37	.86	.8051 27	.36	.9131 16	.86	.9686 7	.36	.99086 25
.37	.6443 37	.87	.8078 28	.37	.9147 15	.87	.9693 6	.37	.99111 23
.38	.6480 37	.88	.8106 27	.38	.9162 15	.88	.9699 7	.38	.99134 24
.39	.6517 37	.89	.8133 26	.39	.9177 15	.89	.9706 7	.39	.99158 22
0.40	0.6554 37	0.90	0.8159 27	1.40	0.9192 15	1.90	0.9713 6	2.40	0.99180 22
.41	.6591 37	.91	.8186 26	.41	.9207 15	.91	.9719 7	.41	.99202 22
.42	.6628 36	.92	.8212 26	.42	.9222 14	.92	.9726 6	.42	.99224 21
.43	.6664 36	.93	.8238 26	.43	.9236 15	.93	.9732 6	.43	.99245 21
.44	.6700 36	.94	.8264 25	.44	.9251 14	.94	.9738 6	.44	.99266 20
0.45	0.6736 36	0.95	0.8289 26	1.45	0.9265 14	1.95	0.9744 6	2.45	0.99286 19
.46	.6772 36	.96	.8315 25	.46	.9279 13	.96	.9750 6	.46	.99305 19
.47	.6808 36	.97	.8340 25	.47	.9292 14	.97	.9756 5	.47	.99324 19
.48	.6844 35	.98	.8365 24	.48	.9306 13	.98	.9761 6	.48	.99343 18
.49	.6879 36	.99	.8389 24	.49	.9319 13	.99	.9767 5	.49	.99361 18
0.50	0.6915	1.00	0.8413	1.50	0.9332	2.00	0.9772	2.50	0.99379

6 の 2

金属間化合物 YMn_{12} の液体 He 温度から室温までの抵抗の温度変化を測りたい。

(1) 方法、注意する点を述べよ。

(2) 試料の温度を測定する方法はいろいろあるが、 2 種類を記し、簡単に説明を加えよ。

(3) 最近は、寒剤 (液体 He) を直接使わなくても、冷凍機を用いて手軽に液体 He 温度まで冷やすことができる。冷凍機の原理を簡単に述べよ。