平成12年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期過程物質基礎科学専攻
2次募集・入試問題

外国語科目 (英語)

I 物理学系、II 化学系の問題から一問を選択して解答せよ。

I 物理学系の問題に解答する場合は、解答用紙は1枚。
（ただし両面を使用してもかまわない。）
II 化学系の問題に解答する場合は,解答用紙は2枚。

各解答用紙には必ず問題番号、受験番号を記入して提出すること。

I 物理系

問題I　次の英文を和訳せよ。

The concept of force gives us a quantitative description of the interaction between two bodies or between a body and its environment. When you push on a car that is stuck in the snow, you exert a force on it. A locomotive exerts a force on the train it is pulling or pushing, a steel cable exerts a force on the beam it is hoisting at a construction site, and so on.

When a force involves direct contact between two bodies, we call it a constant force. Constant force include the pushes and pulls you exert with your hand, the force of a rope pulling on a block to which it is tied, and the friction force that the ground exerts on a ball player sliding into home. There are also forces, called long-range forces, that act even when the bodies are separated by empty space. You've experienced long-range forces if you've ever played with a pair of magnets. Gravity, too, a long-range force; the sun exerts a gravitational pull on the earth, even over a distance of 150 million kilometers, that keeps the earth in orbit. The force of gravitational attraction that the earth exerts on a body is called the weight of the body.

Force is a vector quantity; you can push or pull a body in different directions. Thus to describe a force, we need to describe the direstion in which it acts as well as its magnitude, the quantity that describes "how much" or "how hard" the force pushes or pulls. The SI unit of the magnitude of force is newton, abbreviated N.

A common instrumental for measuring force is the spring balance. It consists of a coil spring, enclosed in a case for protection, with a pointer attached to one end. When forces are applied to the end of the spring, it stretches; the amount of stretch depends on the force. We have made a scale for the pointer and calibrate it by using a number of identical bodies with weights of exactly 1 N each.

問題II　次の英文を読み、島の様子をスケッチでわかりやすく書け。

The appearance of the island when I came on deck next morning was altogether changed. Though there was now no wind at all, we had got on well in the night, and were now stopped about half a mile to the south-east of the low land on the east side of the island. A great part of the island was covered by grey-coloured woods. This unchanging colour was, however, broken by long narrow stretches of yellow sand in the lower land, and by a great number of tall tree of the pine family over-topping the others - some by themselves, some in groups; but the general colour was sad, and the same everywhere. The hills were wooded only on their lower slopes. Higher up they came out as tall pointed structures of uncovered stone. All were strangely formed, and the Spy-glass, which was by three or four hundred feet the tallest on the island, was the strangest in form as well, going up strait to a point on almost every side, and then suddenly cut off at the top like a table.

ヒント　1.　これはスティブンスの宝島の一節である。
　　　　2.　Spy-glass：望遠鏡

問題III　次の文を英訳せよ。

1. もし、それらが端と端に並んでいて、側面と側面に並んでいるのでないならば、それでも直線上に並んでいるのであろうか。

2. それは、鋼鉄が2つの平行な線を形づくっている構図だ。

平成12年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期過程物質基礎科学専攻
2次募集・入試問題

専門科目 （物理学系）

次の６問中４問を選択して解答せよ。

解答用紙は1問につき1枚を使用し、無解答の場合でも必ず4枚を提出すること。各解答用紙には、選択した問題番号、受験番号を必ず記入して提出すること。必要な場合は、解答用紙の両面を使用してもよい。

1

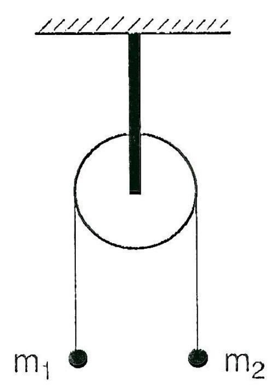
定滑車にかけた糸に、質量m_1、m_2 の物体を下図のように結び付けてつるした。なお、m_1 は m_2 より重く、糸は軽くて伸びないものとする。重力加速度の大きさは g とする。

A 滑車と糸には摩擦力が働かず、糸は滑らかにすべるものとして、物体の運動に関する以下の問に答えよ。

(A1) 2つの物体を結ぶ糸の張力 T を求めよ
(A2) 質量 m_1 の物体の落下加速度を求めよ
(A3) 最初, 物体は静止していたとする。質量 m_2 の物体が x だけ上昇する間に速度 v はいくらになるか。

B 滑車と糸は滑らない場合、物体はどのような運動をするか。以下の問に答えよ。なお、滑車の半径は a 、慣性モーメントは I である。

(B1) 質量 m_1 、 m_2 に働く糸の張力を、それぞれT_1 、T_2 として、滑車の回転運動の運動方程式を記せ。
(B2) T_1 、T_2 を求め、質量 m_1 の物体の落下加速度を求めよ。
(B3) 最初、物体は静止していたとする。質量 m_2 の物体が x だけ上昇する間に速度 v はいくらになるか。



2

(a)　クーロンの法則がどんな小さい距離でも成り立つとした場合、電子が半径 r_0 の球状の導体であるとして電子のつくる電場のエネルギーを求めよ。
（ヒント：電子による電場の強さ $\mathbf{E}$ を求め、次にエネルギー密度を求めて積分する。下限は r_0 。）

(b)　次の電場

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A} \sin(\omega t - \mathbf{kr}) \tag{1}$$

は波動方程式

$$\Delta \mathbf{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \tag{2}$$

を満たすことを示せ。定数ベクトル $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ はどのような条件が必要か。

3

ハミルトニアン $\hat{H}$ が

$$\hat{H} = i\omega\hat{\xi}\hat{\eta}$$

で与えられる量子力学系について議論しよう。ここで、$\hat{\xi}(=\hat{\xi}(t))$ および $\hat{\eta}(=\hat{\eta}(t))$ はハイゼンベルグ表示での演算子でそれらの間で反交換関係

$$\{\hat{\xi},\hat{\eta}\} \equiv \hat{\xi}\hat{\eta} + \hat{\eta}\hat{\xi} = 0\ , \quad \{\hat{\xi},\hat{\xi}\} = \frac{\hbar}{m\omega}\ , \quad \{\hat{\eta},\hat{\eta}\} = m\hbar\omega$$

が成り立つとする。(m, ω は実定数) 以下の問 1–5 に答えよ。

1. 恒等式 $[\hat{A},\hat{B}\hat{C}] = \{\hat{A},\hat{B}\}\hat{C} - \hat{B}\{\hat{A},\hat{C}\}$ を示せ。ここで、$\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ は結合律を満たす任意の演算子、[,] は交換関係を表わす。

2. 演算子 $\hat{\xi}$ および $\hat{\eta}$ はハイゼンベルグ方程式

$$i\hbar\frac{d\hat{\xi}}{dt} = [\hat{\xi},\hat{H}]\ , \quad i\hbar\frac{d\hat{\eta}}{dt} = [\hat{\eta},\hat{H}]$$

に従う。ハイゼンベルグ方程式の右辺を具体的に計算することにより $(\hat{\xi},\hat{\eta})$ が調和振動子と同じ形の運動方程式に従うことを示せ。

3. 次で定義される演算子 $\hat{b}$ および $\hat{b}^\dagger$

$$\hat{b} \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{\xi} + \frac{i\hat{\eta}}{m\omega}\right), \qquad \hat{b}^\dagger \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(\hat{\xi} - \frac{i\hat{\eta}}{m\omega}\right)$$

に関する以下の反交換関係を計算せよ。

$$\{\hat{b},\hat{b}^\dagger\}\ , \quad \{\hat{b},\hat{b}\}\ , \quad \{\hat{b}^\dagger,\hat{b}^\dagger\}$$

4. 演算子 $\hat{b}$ と $\hat{b}^\dagger$ を使って、ハミルトニアン $\hat{H}$ は

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{b}^\dagger\hat{b} - \frac{1}{2})$$

と書き表せることを示せ。

5. $\hat{H}$ の基底状態を $|0\rangle$ とする。$|0\rangle$ は $\hat{b}|0\rangle = 0$ および $\langle 0|0\rangle = 1$ を満たすものとして定義される。$\hat{H}$ の固有状態およびその固有値をすべて求めよ。

4

体積 V の容器の中に古典統計に従う粒子 N 個からなる理想気体が入れられて絶対温度 T で熱平衡にある。粒子 1 個のエネルギー ε はその粒子の運動量の大きさ p に比例して $\varepsilon = cp$ で与えられるものとする。ここで c はある定数 (例えば真空中の光速度) である。粒子の内部構造は考えないとして

1. この理想気体の系の分配関数 Z および Helmholtz の自由エネルギー F を求めよ。但し、粒子はお互いに区別できない同一粒子であるとする。
2. この系の平均エネルギー (内部エネルギー) U を求めよ。
3. この系の圧力 p を求めよ。
4. この系の定積熱容量 C_v および定圧熱容量 C_p を求めよ。
5. この系のエントロピー S を求めよ。

もし、必要があれば、Stirling の公式

$$\ln N! \approx N \ln N - N \qquad (N \gg 1)$$

を用いよ。(ln は自然対数を表す記号。) また、Boltzmann 定数を k とせよ。

5

A. 以下は平成 12 年度の信州大学理学部物理科学科 3 年次編入学試験問題のうちの一問の一部である。この問題を解け。

『音は波（縦波であるが横波表示すると分かり易い）であるため、ドップラー効果という現象がある。音速を v とし、音速と振動数と波長の関係は [音速] = [振動数] × [波長] である。以下では音源と観測者と音波が常に同一直線上にある場合を考え、風は吹いていないとする。
下の空欄に適当な式を入れよ。

(1)　止まっている観測者に振動数 f_0 の音を出す音源が速さ V で近付いて来る（$V < 0$ なら遠ざかる）場合には、波長が変化するためにドップラー効果が起きる。時刻 $t = 0$ に音源から出た音が時刻 t_1 に観測者に届いたとすると、時刻 $t = 0$ での音源と観測者の距離は $\boxed{（ア）}$ である。この時間 t_1 の間に波長 $\boxed{（イ）}$ 個分の音が音源から出たわけだが、時刻 t_1 ではこれが距離 $\boxed{（ウ）}$ の間に入っているので、波長は $\boxed{（エ）}$ に変化している。これを振動数に直すと、観測者が聞く振動数は $\boxed{（オ）}$ となる。

(2)　振動数 f_0 の音を出す止まっている音源に観測者が速さ V で近付いて行く（$V < 0$ なら遠ざかる）場合には、波長は変わらないが観測される周期が変化するためにドップラー効果が起きる。時間 t_1 の間に音は距離 $\boxed{（カ）}$ だけ進むので、観測者が止まっている場合には距離 $\boxed{（カ）}$ の間に入っている波長 $\boxed{（キ）}$ 個分の音を時間 t_1 の間に聞いている。観測者が速さ V で近付いて行く場合には、観測者は時間 t_1 の間に距離 $\boxed{（ク）}$ の間に入っている音を聞くことになる。距離 $\boxed{（ク）}$ の間には波長 $\boxed{（ケ）}$ 個分の音がはいっているので、観測者が聞く振動数は $\boxed{（コ）}$ となる。』

B. 光も波であるためドップラー効果が起きる。しかし問 A のような直観的な考察では不十分で、特殊相対性理論に基づいた考察が必要になる。問 A 同様、波源と観測者と波が一直線上にある場合を考える。慣性系 S に対して慣性系 S' は x 軸方向に速度 V で運動しているとし、S 系での座標を (ct, x)（y, z は関係ないので省略する）、S' 系での座標を (ct', x') とする。ここで c は光速度で、$t = t' = 0$ で $x = x' = 0$ とする。（$V > 0$ では $t > 0$ を、$V < 0$ では $t < 0$ を考えることにする。）振動数の代わりに角振動数 ω（[角振動数] = 2π × [振動数]）、波長の代わりに波数 k（[波数] = 2π/[波長]）を用いることとし、正弦波 $A\sin(\omega t - kx)$ を考える。
下の空欄に適当な式を入れよ。

(1)　音の場合をもう一度考えてみる。位相 $\omega t - kx$ が一定の点を追って行くと波が進んで行くことが分かるわけで（[位相] = [一定] を $x = \cdots$ と書き直して）、音速 v は ω, k を用いて $\boxed{（あ）}$ となる。この位相は S 系で見ても S' 系で見ても同じ値である。つまり、

S 系での (ω, k), (t, x) と S' 系での (ω', k'), (t', x') には $\omega' t' - k' x' = \omega t - kx$ という関係がある。ところで S 系での (t, x) と S' 系での (t', x') とはガリレイ変換、$t' =$ （い） 、$x' =$ （う） で関係している。よって、ω', k' を ω, k, v, V を用いて表すと $\omega' =$ （え） 、$k' =$ （お） となる。

観測者が S' 系、音源が S 系と考える。音速 v とは空気の静止系での音速が v ということなので、ω, k, ω', k' を用いて、問 A(1) のように観測者が止まっている場合には $v =$ （か） 、問 A(2) のように音源が止まっている場合には $v =$ （き） となる。よって、v, V を用いて、観測者が止まっていて音源が V で遠ざかる場合には $\dfrac{\omega'}{\omega} =$ （く） 、音源が止まっていて観測者が V で遠ざかる場合には $\dfrac{\omega'}{\omega} =$ （け） となり、問 A の結果を再現する。

(2)　光の場合も位相の関係式 $\omega' t' - k' x' = \omega t - kx$ などは音の場合と全く同じである。しかし音の場合と違う点が 2 つある。一つ目は、S 系での (ct, x) と S' 系での (ct', x') とがローレンツ変換、$ct' =$ （こ） 、$x' =$ （さ） で関係している点である。これより、ω', k' を ω, k, c, V を用いて表すと $\omega' =$ （し） 、$k' =$ （す） となる。二つ目の違いは、光速度は S 系でも S' 系でも同じ値である点である。ω, k, ω', k' を用いて、光速は $c =$ （せ 1） $=$ （せ 2） と表せる。音の場合は （く） と （け） は異なる式であったが、光の場合は観測者が止まっていて光源が速度 V で動いている効果と光源が止まっていて観測者が速度 $-V$ で動いている効果は同じである。

観測者が S' 系、光源が S 系と考える。c, V を用いて、観測者が止まっていて光源が V で遠ざかる場合には $\dfrac{\omega'}{\omega} =$ （そ） となり、光のドップラー効果の式が導かれた。

6 は以下の 2 問中 1 問に解答せよ。

6 の 1

問 1　地上もしくは地下において宇宙線を観測する際に使用される検出器を 2 つ挙げ、それぞれの動作原理と特徴を述べよ。

問 2　放射線検出器の出力信号を処理する場合、信号処理回路を構成する装置のインピーダンスを考慮することが必要である。一般にこうした回路系の入力インピーダンス、出力インピーダンスはどのように設定されているか。次の組み合わせから正しいものを選べ。また、それはどのような理由によるものか述べよ。

	入力インピーダンス	出力インピーダンス
1.	低	低
2.	高	低
3.	低	高
4.	高	高

問 3　ボルダ振り子を用いて重力加速度を測定する原理を述べよ。また、実際に実験を行なう手順を説明せよ。

問 4 半導体ダイオードの電流－電圧特性の概略図を書きその性質を述べよ。

6 の2

1）次の文は、プリズムの屈折率を求めるための原理を示したものである。(A) から (E) を埋めよ。ただし、(A)、(B) は、それぞれ、i_1 及び r_1、i_2 及び r_2 の関数である。

図1のように、プリズムの AB 面で屈折した光線は AC 面で再び屈折し、あわせて角 δ だけ方向を変える。δ を **ふれの角** という。面 AB での入射角を i_1 、屈折角を r_1 、面 AC での入射角を r_2 、屈折角を i_2 とおけば、屈折の法則 (スネルの法則) より、

$\boxed{\text{(A)}} = \boxed{\text{(B)}} = n$ （1）

である。ここに、n はガラスの空気に対する屈折率である。一方、

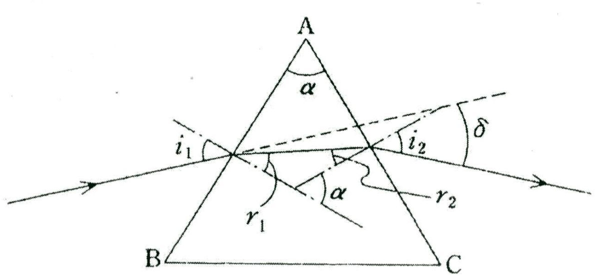


図1 屈折によるふれの角

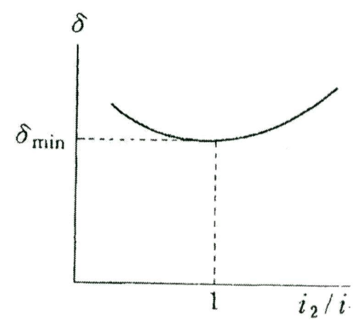


図2 ふれの角には極小がある

$r_1 + r_2 = \boxed{\text{（C）}}$ （2）

が成り立つので、ふれの角 δ は、

$\delta = \boxed{\text{（D）}}$ （3）

である。

入射角 i_1 を変化させるとき、$r_1,\ r_2,\ i_2$ がともに変化し、図2のように、ふれの角 δ も変化して **極小値** δ_{min} をもつ。そのとき、プリズムに入る光線と出る光線は、プリズムの頂角の二等分線に対して対称になる。すなわち、

$i_1 = i_2$ かつ $r_1 = r_2$ （4）

を得る。そこで、式(1)、(3)、(4) より、屈折率 n を α と δ_{min} を用いて表わせば、次のようになる。

$n = \boxed{\text{（E）}}$ （5）

2）プリズムの頂角 α **、ふれの角の極小値** δ_{min} **の誤差をそれぞれ** r_α **、** r_δ **とすると、屈折率ｎの誤差は、どのように表わすことができるか。**