平成１３年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程
物質基礎科学専攻

入試問題

外国語科目（英語）

Ⅰ物理系、Ⅱ化学系の問題から１問を選択して解答せよ。選択した問題と、受験番号を記入して提出すること。

I 物理系英語

Read an article follow below and answer the questions first in Japanese and then translate them into English so that the English sentences will be completely different from those written in the text.

Did the universe start with a big bang and expand outward or has it always appeared much as it does today? How big is it and how old is it? These are the questions posed by cosmology. It was hoped that radio astronomy would help provide the answer to these problems but a present the answers appear no closer. In fact, some radio astronomers now even question if the universe is expanding at all.

Cosmology is the study of the origins and scope of the universe, but this chapter will not be the usual discussion of how we learn about the expanding universe from radio astronomer observations. Instead, we shall examine how radio astronomer data affect our thinking in this field and how some of these data support a picture in which the universe may not be expanding at all.

In the 1930s, the famous astronomer Edwin Hubble showed that the faintest galaxies had the largest redshifts. We have already discussed the term redshift, which is the effect on light waves transmitted from an object moving away from us. The light appears redder to us than it was on leaving the object because the waves have been "stretched" in their passage toward us.

Since fainter galaxies are though to be farther away, this discovery of Hubble's indicated that the more distant galaxies were moving away from us. In fact the speed of this recession seemed to increase as one examined fainter and fainter galaxies. The universe, therefore, appeared to be expanding with a speed that greater in the past. This led to the concept of a "big bang," which started the explosion. To me this always has seemed a fundamentally religious picture of the universe. Many religions have in their dogma the concept of a moment of creation, and the big bang theory follows this pattern quite well. No one has ever explained what happened or existed before the big bang, which is essentially a unique event, almost Godlike!

If we are stuck with the fact that the universe is expanding, how do we avoid a big bang? The alternatives is the steady state theory. In this theory the universe has always been and always will appear uniform, but is still expanding. Matter has to be created to fill in the holes as the galaxies expand outward. Before we discuss the validity of the expanding universe concept, let us see what radio astronomers can do for us. It turns out that, with even modest radio telescopes, radio astronomers should be able to pick up radio signals from galaxies far beyond the limits to which even the 200-inch telescope at Mount Palomar can see. If this is so, then obviously radio astronomy is a good tool for studying the universe on a much larger scale than optical astronomy can, and hence some fundamental cosmological questions, such as how big or how old the universe is, might be answered.

A simple experiment is to count the number of radio sources in the sky. One needs to count the number to successively weaker levels of intensity and then see if the numbers he finds are a reasonable fit to a picture of an expanding universe. The basic point is that the farther away a radio source is, the weaker the signals we pick up, and since the strength of the received signal decreases inversely as the distance squared ($1/R^2$) (as is the case for light as well) and we include more and more sources when we look to greater and greater distances (the volume of space include in our search region depending on the cube of the distance, R^3), then the number of sources we expect to see at a given level of signal depends on the strength of the sources to the 3/2 power.

The point of all this is that if a radio astronomer plots the number of sources he finds on a graph showing number versus the intensity he measures, the he expects a line with a slope of 1.5.

This is not found, and from the slope's deviation from 1.5, it is concluded that in the past there were more sources than predicted; that is, the sources were closer together, which fits an expanding universe, big bang theory, very nicely.

However, several astronomers have recently pointed out that more sources in the past is a statement that only has meaning relative to how many strong ones there are now, nearby. It can be argued equally well that if the number of weak sources we see is a true indication of a uniform universe, the there are instead too few strong ones at present visible in our skies! It turns out that a deficiency of only about 50 sources in our skies, at the higher radio intensities observed, can equally well explain the data. This is only

50 out of some 10,000 sources in the study.

(Comments: This article was published in 1977)

Questions:

(1) What does the author try to describe on the universe in this section?

(2) How an astronomer can test the expanding universe? Draw a graph which is expected to be from a naive picture.

(3) What is the Edwin Hubble's discovery?

(4) Translate the last paragraph which starts "However, several astronomers have ...." into Japanese. You do not need to translate them into English again in this question.

平成１３年度

信州大学大学院工学系研究科博士前期課程
物質基礎科学専攻

入試問題

専門科目（物理学系）

次の６問中４問を選択して解答せよ。

1. 解答用紙は１問につき１枚使用し、無解答の場合でも必ず４枚提出すること。
2. 各解答用紙には、選択した問題番号、受験番号を必ず記入すること。
3. 必要ならば、解答用紙の両面を使用してもよい。

1

電磁場中を運動する静止質量 m、電荷 q の相対論的な荷電粒子のラグランジアンは、

$$L = -mc^2\sqrt{1-\beta^2} - q\boldsymbol{\phi} + q\boldsymbol{\nu}\cdot\mathbf{A}$$

で与えられる。ここで ϕ と $\boldsymbol{A}$ はそれぞれ電場のスカラーポテンシャルと磁場のベクトルポテンシャルであり、$\boldsymbol{\nu}$ は粒子の速度ベクトル、また β は粒子速度の光速度 (c) に対する比 $(\beta = \nu/c)$ である。

さて $+z$ 軸方向の一様な電場 $\boldsymbol{E}$ の中に、原点から $+x$ 軸に方向に初速度 $\boldsymbol{\nu}_0$ で粒子が投げ込まれた。この時以下の問に答えよ。

(1) 粒子の運動方程式を導け

(2) (1) の方程式を解いて xz 平面内の軌道を求めよ。ただし必要なら積分公式、

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \log(x+\sqrt{x^2+1})$$

を用いよ。

(3) c が無限大とみなせる極限（非相対論的極限）では（２）の軌道が放物線に移行することを示せ。

2

(a) モーメント $\boldsymbol{p}$ の電気双極子による電位

$$\phi = \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

は $r \neq 0$ の各点でラプラスの方程式を満たすことを示せ。

(b) 電磁場は金属導体の内部深くに侵入出来ない現象を何というか。解答しなさい。この現象では、表皮の深さと呼ばれる物理量が得られる。

$$\delta = \sqrt{(\frac{2}{\omega\mu\sigma})}$$

この式は、導体を流れる電流は、表面近傍の深さ δ の範囲に集中し、内部には流れないことを意味する。ここで具体的な問題を考察する。導電率が $\sigma = 1/(1.56 \times 10^{-8})(\Omega \cdot m)^{-1}$ の銅の表皮の深さを、周波数 $(\omega/2\pi)10\mathrm{MHz}$ の電磁波に対して計算せよ。但し銅の透磁率は $1.25 \times 10^{-6}\mathrm{H/m}$ とせよ。

3

ポテンシャルエネルギー $V(x)$ が、

$$V(x) = 0, 0 \leqq x \leqq 2a$$
$$= \infty, x < 0, \text{及び、} 2a < x,$$

のようにあたえられている、区間 $0 \leqq x \leqq 2a$ に閉じ込められた、質量 m の粒子の問題を考えよう。以下の問に答えよ。

1) シュレディンガー方程式を書け。

2) 波動関数に対する境界条件を書け。

3) 規格化された固有関数 $u_n(x)$ を求めよ。

4) エネルギー固有値 E_n を求めよ。

5) 基底状態及び、第一励起状態の固有関数を図示せよ。

6) 運動量演算子 $\hat{p}$ の、固有関数 $u_n(x)$ に関する期待値 $< p >_n$ を求めよ。

7) 位置座標演算子 x の、固有関数 $u_n(x)$ に関する期待値 $< x >_n$ を求めよ。

8) 問 2) の境界条件をみたす任意の状態 $\psi(x)$ は、問 3) で求めた固有関数 $u_n(x)$ を用いて、

$$\psi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n u_n(x)$$

と表すことができる。$\psi(x)$ を規格化すると、a_n には、どんな条件がつくか。又その物理的意味を述べよ。

9) 問 3)、8) より、$\{u_n(x); n = 1, 2, 3, \dots\}$ の固有関数の集まりは、正規直交完全系をなすという。この言葉の意味を、数式で表せ。

4

一定の大きさの電気双極子モーメント μ を持つ 2 原子分子 N 個からなる理想気体があるとする。気体の温度と体積はそれぞれ T, V で、気体全体は一様な外部電場 $\boldsymbol{E}$(大きさ $E = |\boldsymbol{E}|$) の中にあるとし、気体分子は互いに独立であるとする。この気体が平衡状態にあるときの分極 P を、正準集団の考えに基づいて考える。

1. 1 つの気体分子の電気双極子モーメントベクトルを $\boldsymbol{\mu}(|\boldsymbol{\mu}| = \mu)$ として、この気体分子 1 つが一様な外部電場 $\boldsymbol{E}$ 中に置かれているときのポテンシャルエネルギーを書け。

2. $\boldsymbol{\mu}$ と $\boldsymbol{E}$ のなす角を θ としたとき、$\boldsymbol{\mu}$ の向きが、ある θ 方向の立体角 $d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$ に見い出される確率を求めよ。

3. $\boldsymbol{\mu}$ の $\boldsymbol{E}$ 方向の成分の平均値 $\bar{\mu}$ を求めよ。

4. 分極 P は

$$P = \frac{N}{V}\bar{\mu}$$

で求まる。E が小さいときには P は E に比例し、その比例係数

$$P = \chi E$$

として電気感受率 χ を定義する。χ を求めよ。

5. μ と E が一定であるとき、分極 P を温度 T の関数として図示せよ。
(高温と低温での P の T 依存性がわかるように。)

5

電荷 Ze の原子核のまわりを、質量 m, 電荷 $-e$ の電子が半径 r の等速円運動をしているとする。原子内の電子の回転運動は、それに伴う角運動量 ℓ が $\hbar$ の整数倍であるというボーアの量子条件を用いて、基底状態における回転半径およびエネルギーを求めよ。また、基底状態に比べ、第一励起状態の回転半径およびエネルギーは、それぞれ何倍であるか。なお、真空の誘電率は ϵ_0 とする。

6 は以下の 2 問中 1 問に解答せよ。

6 の 1

大学院入試問題

1. 物質と光子の相互作用について述べよ。

2. 長方形の板状のシンチレータを空気中に置く。シンチレータの中で発生した光が板の中に閉じ込められて、外に出て来ない割合は、

$$f_t = \frac{3\sqrt{n^2-1}}{n} - 2$$

であることを示せ。ここで、n はシンチレータの屈折率で、$n > 1.414$ である。シンチレータの中で発生する光は等方的である。

3. 検出媒体に電場をかけ、放射線による電離電子を集めて放射線を検出する検出器に、電離箱、比例計数管、ガイガーミューラー計数管がある。この 3 つの測定器の動作原理の違いと特徴を定性的に述べよ。

4. 放射線検出器で放射線を検出する際に、検出器の不感時間の問題が起こる。放射線が入射したとき、検出器はその放射線による信号の処理が終わるまで他の放射線が入って来ても検出することはできない為である。今、検出器の不感時間を 200 ナノ秒 (200×10^{-9} 秒) と仮定する。放射線が 1×10^6Hz の頻度で検出器に入って来るとき、検出器の検出効率を計算せよ。必要ならば、$e^{-0.2} = 0.819$ を使え。

6 の 2

A ホイートストンブリッジを用いて、0 ℃から 100 ℃までの物質の抵抗を測定したい。

1. 物質の温度を測定する手段を 2 つ上げ、それぞれについて、簡単に説明せよ。

2. ホイートストンブリッジの等価回路を書き、原理を説明せよ。

B 今度は電解質溶液の抵抗を測定したい。A の実験装置と異なる点は何か。また、なぜ同じではいけないか。簡単に説明せよ。