

平成18年度

信州大学大学院 工学系研究科
修士課程 物質基礎科学専攻

第Ⅱ期募集 入学試験問題

専門科目 (物理学系)

解答するときの注意事項

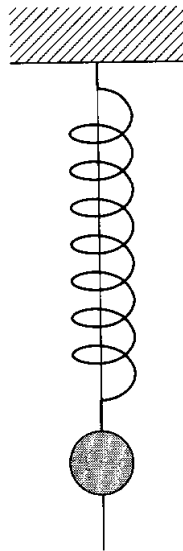
1. 6問中4問を選択して解答せよ。
2. 解答用紙は1問につき1枚を使用し，白紙の場合でも必ず4枚提出すること。
3. 各解答用紙には，選択した問題番号，受験番号を必ず記入すること。
4. 必要ならば解答用紙の裏面を使用してもよい。

下書用紙

1

図のように、おもりをつけたバネを天井からつるしたとき、ある位置で重力とバネの復元力が釣りあって静止する。ここで、バネが自然長になるまでおもりを持ち上げ、静かに手をはなしたところ、おもりは運動をはじめた。以下の問いに答えよ。なお、おもりの質量を m 、バネ定数を k 、重力加速度の大きさを g とする。また、おもりは鉛直方向にしか動かないものとする。

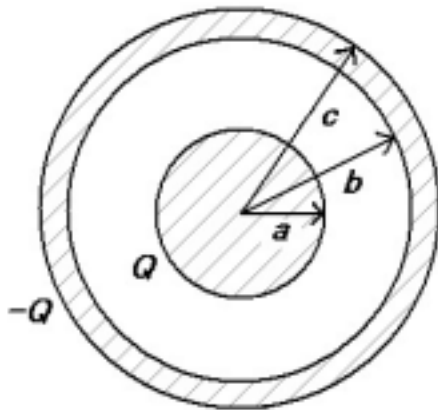
- (1) 空気の抵抗が無視できるとして、Newton の運動方程式を解き、おもりの運動を論ぜよ。
- (2) おもりが速度 v に比例する抵抗力 $R = -\gamma v$ を空気から受けるとして、おもりの運動を論ぜよ。ただし、バネ定数は大きく、 $k > \gamma^2/(4m)$ とする。なお、 γ は正の定数である。
- (3) (2) の問いで、バネ定数が小さく、 $k < \gamma^2/(4m)$ の場合のおもりの運動を論ぜよ。



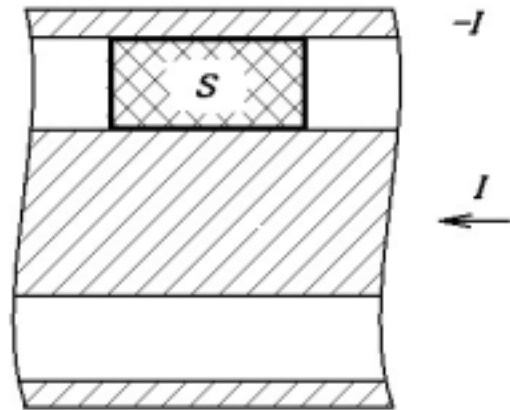
2

図のような断面を持つ一様な伝送線（同軸ケーブル）について考よう．中心導体と外部導体の間は誘電率 ϵ ，透磁率 μ の絶縁体で満たされているとする．次の各問いに答えよ．

- (1) 中心導体の電荷が単位長さ当り Q ，外部導体の電荷が単位長さ当り $-Q$ のとき，中心軸から距離 r ($a < r < b$) の位置における電場 E をガウスの法則により求めよ．
- (2) このときの導体間の電位差 V を求めよ．
- (3) この伝送線の単位長さ当りの電気容量 C はいくらか．
- (4) 中心導体を流れる電流を I ，外部導体を流れる電流を $-I$ とするとき，中心軸から距離 r ($a < r < b$) の位置における磁束密度 B をアンペールの法則を用いて求めよ．
- (5) 絶縁体の内部に図のような平面 S を考えるとき，平面 S を貫く磁束 Φ はいくらか．ただし，平面 S のたて方向の長さは $(b - a)$ ，よこ方向の長さは単位長さとする．
- (6) この伝送線の単位長さ当りの自己インダクタンス L を求めよ．



中心軸に垂直な断面図



中心軸に沿った断面図

3

1次元空間 ($-\infty < x < \infty$) での質量 m の粒子に対する Schrödinger 方程式

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right)\psi(x) = E\psi(x)$$

の束縛状態 ($\psi(x) \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} 0$) を考える .

- (1) $V(-x) = V(x)$ の場合 , 波動関数 $\psi(x)$ は偶関数または奇関数に選ぶことができることを示せ .

以下では $V(x) = \begin{cases} 0 & (|x| \leq a) \\ V_0 & (|x| > a) \end{cases}$ (a, V_0 は正の定数) の場合を考える .

この場合には $0 < E < V_0$ でなければならない .

- (2) $\psi(x)$ が偶関数の場合に , エネルギー固有値 E を定める式を導け .

また $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 \leq V_0 < \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n+1)^2$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) の場合にエネルギー固有値の数を求めよ .

- (3) $\psi(x)$ が奇関数の場合に , エネルギー固有値 E を定める式を導け .

また $0 < V_0 \leq \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}$ と $\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n - \frac{1}{2})^2 < V_0 \leq \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n + \frac{1}{2})^2$, ($n = 1, 2, \dots$) の場合にエネルギー固有値の数を求めよ .

以下では $V_0 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{16ma^2}$ とする . この場合にはエネルギー固有値は 1 つだけである .

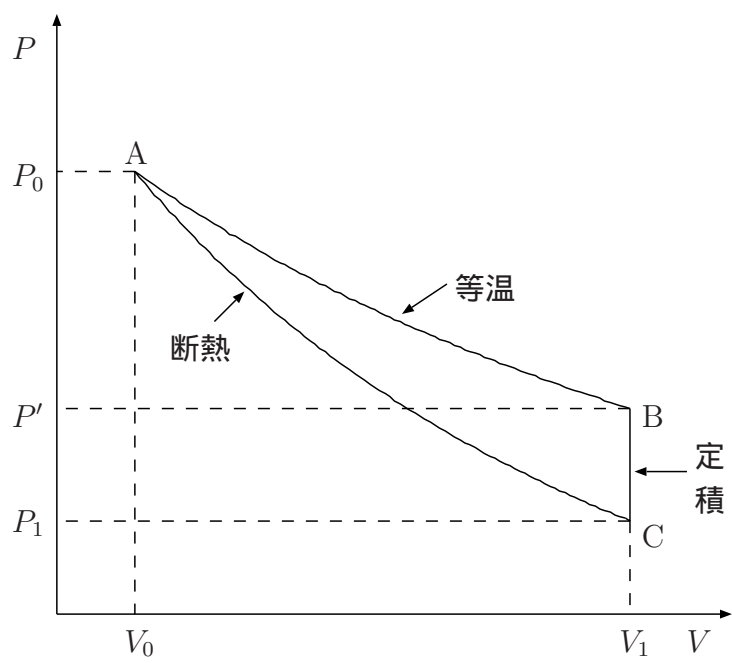
- (4) そのエネルギー固有値と規格化された波動関数を求めよ .

- (5) 粒子が $|x| \leq a$ に見い出される確率を求めよ .

4

n モルの単原子分子理想気体を下の図のように 2 通りの過程 ($A \xrightarrow{\text{断熱}} C$, $A \xrightarrow{\text{等温}} B \xrightarrow{\text{定積}} C$) で状態 A から状態 C に変化させる。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、全ての状態変化は準静的とし、気体定数は R とする。

- (1) 気体の状態を A から B に変化させたときに、気体に与えられた熱量 ($\Delta'Q_{A \rightarrow B}$) と、気体がした仕事 ($\Delta W_{A \rightarrow B}$) を求めよ。 ($P_0 > P'$ とする)
- (2) 気体の状態を B から C に変化させたときに、気体に与えられた熱量 ($\Delta'Q_{B \rightarrow C}$) と、気体がした仕事 ($\Delta W_{B \rightarrow C}$) を求めよ。 ($P' > P_1$ とする)
- (3) 理想気体では、定積比熱と定圧比熱がそれぞれ $C_V = \frac{3}{2}nR$, $C_P = \frac{5}{2}nR$ となることを示せ。
- (4) 理想気体の断熱過程で $PV^\gamma = \text{一定}$ (or $TV^{\gamma-1} = \text{一定}$) が成り立つことを示せ。ただし、 $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ である。
- (5) 断熱過程で状態を A から C に変化させたときに気体がした仕事 ($\Delta W_{A \rightarrow C}$) を求めよ。
- (6) 2 通りの状態変化の過程 ($A \rightarrow C$ と $A \rightarrow B \rightarrow C$) の内部エネルギーの変化量が等しいことを、それぞれの過程での内部エネルギーの変化量を求めることで示せ。



5

元素の周期律表で、横に並ぶ行は周期、縦に並ぶ列は族と呼ばれ、左から順に第 1 族、第 2 族、…、第 18 族と呼ばれる。以下の問いに答えよ。

1. 第 1 周期には H と He の 2 つの元素がある。第 2, 第 3 周期には同数の元素が並んでいる。その数はいくつか。第 1 周期はなぜ 2 なのか、第 2, 第 3 周期はどう考えればよいのか説明せよ。

2. 第 4, 第 6 周期で、その周期は長くなる。それぞれいくつ増えるか、また、その理由を説明せよ。

3. 第 4, 第 6 周期は、それぞれ、第何族で元素が増えているか。これは何を意味しているか説明せよ。

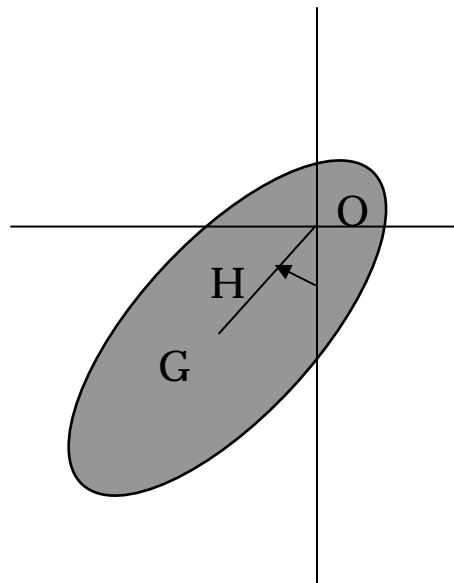
4. Bohr 半径 a_B [m] は原子の世界を特徴付ける基本的な長さである。これを、Bohr の水素原子模型に基づいて見積もれ。必要なら次の値を利用せよ。

$e^2/(4\pi\epsilon_0) = 2.31 \times 10^{-28}$ J·m, $\hbar = 1.055 \times 10^{-34}$ J·s, $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg, ただし, m_e は電子の質量, e は素電荷である。

6 は以下の2つから1つを選んで解答すること。

6 の1

- (1) 下図のような物理振り子を考える。点 O を通る水平軸の回りに振動させる場合の運動方程式を導け。ここで、回転軸のまわりの慣性モーメントを I 、物理振り子の質量を M 、回転軸から重心 G までの距離を H 、図のように鉛直下向きからはかった回転角を θ 、重力加速度の大きさを g とせよ。
- (2) 振幅が小さいときの周期 T を、 M, g, H, I を用いて表せ。



- (3) 鉛筆(またはシャープペンシル)を物理振り子に見立てて、強制振動における共振状態での振幅と位相の様子を調べてみよう。手元にある鉛筆の片端を軽く親指と人指し指で挟み、ゆっくり水平方向に振動させてみる。この振動数をしだいにあげてゆくと、鉛筆の下端の振幅と位相の様子がどのように変化して行くかを観察し、その様子を縦軸に振幅もしくは位相、横軸に振動数をとったグラフで表し考察せよ。

6 の 2

放射線計数率の測定について、以下の問に答えよ。

ある放射線源から出る放射線を t 分間測定したところ、 N カウントを計数した。また、線源なしの状態でバックグラウンド（背景放射線）を t_B 分間測定したところ、 N_B カウントを計数した。ただし、 n カウントの放射線を計数したとき、その計数の標準偏差は \sqrt{n} であるとすし、計測時間 t および t_B の誤差は無視できるものとする。また、バックグラウンドは時間的に一定とする。

- (1) この場合、放射線源から出る放射線の正味の計数率 r とその標準偏差 σ_r を求めよ。
- (2) (1)の誤差を小さくするための方法と、その理由を述べよ。
- (3) 全計測時間が一定時間 T に制限されているとき ($t+t_B=T$)、 σ_r を最小にする最適時間 t 、 t_B を求めよ。