

平成26年度

信州大学大学院 理工学系研究科

修士課程 物質基礎科学専攻

一般選抜第II期 学力試験問題

専門科目(物理学系)

解答時間 13:00 ~ 16:00

解答するときの注意事項

- (1) 5問中4問を選択して解答せよ。
- (2) 解答用紙は1問につき1枚を使用し、白紙の場合でも必ず4枚提出すること。
- (3) 各解答用紙には選択した問題番号と受験番号を必ず記入すること。
- (4) 必要ならば解答用紙の裏面を使用してもよい。

1

図1のように、重力加速度の大きさが $g$ の一様重力場中で、支点  $O$  を通る水平な軸のまわりに自由に回転（振動）する質量 $M$ の剛体（物理振り子）がある。軸から重心  $G$  までの垂直距離を $h$ 、鉛直下向きから測った剛体の回転角を $\varphi$ 、回転軸まわりの慣性モーメントを $I$ として、以下の問いに答えよ。

- (1) 剛体各部の位置エネルギーの合計が、重心の位置にある質量 $M$ の質点の位置エネルギーに等しいことを示せ。
- (2) 剛体のラグランジアン $L$ を求めよ。
- (3) 剛体の正準運動量（一般化運動量） $p$ を書け。
- (4) 剛体のハミルトニアン $H$ を求めよ。
- (5) 正準方程式を書き、それを用いて剛体の運動方程式を導け。
- (6) (5) の運動方程式を用いて $dH/dt = 0$ であることを示せ。

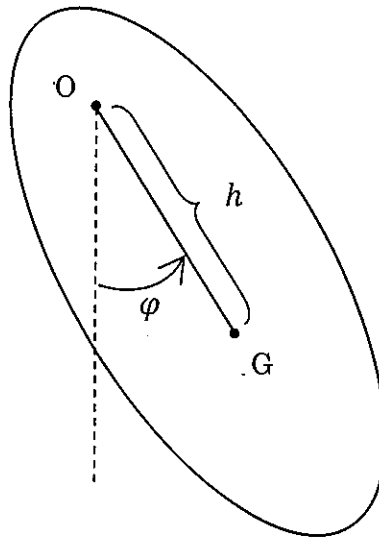


図1

2

直交座標において次のような磁束密度で定義された磁場を考える。

$$\mathbf{B} = \left( \frac{B_0}{\alpha} x, -\frac{B_0}{\alpha} y, 0 \right)$$

$\alpha$  を定数として以下の問いに答えよ。

- 1)  $B_0$  が定数であるとき、この磁場がマックスウェル方程式を満たすことを示せ。
- 2) 1) のときの磁力線の概略を図示せよ。
- 3)  $B_0$  がゆっくりと時間変化するとき、ある点  $(x_0, y_0, z_0)$  に静止している観測者が観測する電場を求めよ。ただし、変位電流は無視してよいものとする。

### 3

水素原子の1S状態の波動関数を極座標で書くと、

$$\psi = Ae^{-\frac{r}{a}}$$

と表される。ただし、 $A$ と $a$ は動径座標 $r$ によらない正の実数であるとする。また、電子の質量を $m$ 、電子の電荷を $-e$ 、換算プランク定数を $\hbar$ 、真空の誘電率を $\epsilon_0$ とする。

- (1) 規格化条件から、 $A$ を $a$ を用いて表せ。
- (2) 1S状態での $r$ の期待値 $\langle r \rangle_{1S}$ を $a$ を用いて表せ。
- (3) 水素原子の球対称な状態に対するシュレーディンガー方程式を、動径座標 $r$ を用いて書け。
- (4) (3)の方程式を解くことにより、1S状態のエネルギーを $m, e, \hbar, \epsilon_0$ を用いて表せ。

4

スピン  $\frac{1}{2}$  の粒子  $N$  個がその空間的位置を固定されて固体中に存在する。

強さ  $H$  の一様な外部磁場中にあるとき、ゼーマン効果として各粒子のエネルギー準位は  $-\mu H$ ,  $+\mu H$  の二つに分かれ、それぞれ磁場の方向に磁気モーメント  $+\mu$ ,  $-\mu$  を持つ。粒子間の相互作用は無視し、この系が強さ  $H$  の磁場中にあり、温度  $T$  で保たれているとして以下の問いに答えよ。

- (a) この系の分配関数を求めよ。
- (b) この系のエントロピーを求めよ。
- (c) この系の比熱を求めよ。
- (d) この系の磁気モーメントの大きさ  $M$  を求めよ。
- (e) 帯磁率  $\chi = \left( \frac{\partial M}{\partial H} \right) \Big|_{H=0}$  がキュリーの法則  $\chi = \frac{C}{T}$  に従うことを示し、キュリー定数  $C$  を求めよ。

5

地上で重力加速度の大きさ $g$ を測定する実験を2つ企画せよ。  
どの程度の精度が得られるかも述べよ。  
使える機材は、ホームセンターで購入できそうな物品に限る。